Secretaría de Educación Pública
Educación Secundaria

ILCE

Los proyectos Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (Emat) y Enseñanza de la Física con Tecnología (Efit) se pusieron en marcha en 1997 por iniciativa de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal de la SEP y del Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa en 29 escuelas secundarias públicas distribuidas en 14 estados del país. El propósito principal de Emat y Efit es mostrar la viabilidad de mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas y las ciencias en la escuela secundaria introduciendo los medios informáticos a las prácticas escolares con base en el currículo de las asignaturas correspondientes. La asesoría académica para el diseño, montaje experimental y evaluación de ambos proyectos estuvo a cargo de investigadores del Departamento de Matemática Educativa (DME) del Centro de Investigación y Estudios Avanzados (Cinvestav) del IPN, así como de expertos de la Universidad de British Columbia (Canadá), la Universidad de Quebec, en Montreal, la Universidad de Purdue (EUA), la Escuela de Graduados de Harvard, la Universidad de Bristol (Inglaterra), la Universidad de Londres y la Universidad Joseph Fourier (Francia). La evaluación –programada para un periodo de cinco años– se lleva a cabo con financiamiento del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (Conacyt), a través del proyecto de grupo Incorporación de las Nuevas Tecnologías a la Cultura Escolar, asignado mediante concurso al DME del Cinvestav en 1998. Los estados que participaron en la etapa piloto fueron: Aguascalientes, Campeche, Chihuahua, Coahuila, Colima, Guanajuato, Jalisco, Morelos, Nuevo León, Puebla, Sonora, Tlaxcala, Veracruz y Yucatán. Actualmente, Emat constituye un proyecto de desarrollo educativo que se encuentra en marcha en 450 escuelas secundarias públicas de Coahuila.

Departamento de Matemática
Educativa-Cinvestav-IPN

CONACYT
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología

Geometría dinámica

Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología

SEP

Geometría dinámica

EMAT

Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología

SEP
Educación Secundaria

Geometría dinámica

Geometría dinámica

EMAT

Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología

SEP
Educación Secundaria

Geometría dinámica es producto de un estudio experimental realizado en diversas aulas del país como parte del proyecto Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (Emat), desarrollado por la Dirección General de Materiales y Métodos Educativos de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal, de la Secretaría de Educación Pública, y por el Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa.

Coordinación de autores
Sonia Ursini Legovich
Mónica Orendain Tremear

Autores
Gonzalo Zubieta Badillo (Cinvestav)
Alfonso Martínez Vera (Cinvestav)
Teresa Rojano Ceballos
Sonia Ursini Legovich

Diseño de actividades
Gonzalo Zubieta Badillo
Alfonso Martínez Vera

Colaborador
Fortino Escoreño

Coordinación editorial
Elena Ortiz Hernán Pupareli

Cuidado de la edición
José Manuel Mateo

Corrección
Marco A. Gutiérrez

Supervisión técnica-editorial
Alejandro Portilla de Buen

Diseño y formación
Leticia Dávila Acosta

La evaluación del proyecto Emat fue financiada por el Conacyt, en el marco del proyecto de grupo Incorporación de Nuevas Tecnologías a la Cultura Escolar (G526338S), bajo la dirección de investigadores del Cinvestav.

Secretaría de Educación Pública
Argentina 28, Centro, 06020, México, D.F.
Instituto Latinoamericano
de la Comunicación Educativa
Calle del Puente 45, colonia Ejidos
de Huipulco, Tlalpan 14380, México, D.F.

ISBN 970-18-5148-X

Impreso en México

DISTRIBUCIÓN GRATUITA-PROHIBIDA SU VENTA

Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología

Dirección general
Elisa Bonilla Rius (SEP)
Guillermo Kelley Salinas (ILCE)

Coordinación general de Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología
Teresa Rojano Ceballos (Cinvestav)

Vinculación, infraestructura y soporte técnico
Marcela Santillán Nieto (ILCE)

Coordinación
Sonia Ursini Legovich (Cinvestav)
Mónica Orendain Tremear (asistente)

Evaluación
Teresa Rojano Ceballos
Luis Moreno Armella (Cinvestav)
Elvia Perrusquía Máximo (asistente)

Asistentes de cómputo
Iván Cedillo Miranda
Arturo Torres

Instructores
Ramiro Ávila (Hermosillo, Son.)
César Corral (Chihuahua, Chih.)
Fortino Fregoso (Guadalajara, Jal.)
Gerardo Haase (Aguascalientes, Ags.)
José Ramón Jiménez (Hermosillo, Son.)
Felícitas Licea (Colima, Col.)
Alejandro Ocaña (Xalapa, Ver.)
Leticia Pérez (Tlaxcala, Tlax.)
Rubén Sanzón (León, Gto.)

Índice

Segundo grado 71

Profesor:
¡Bienvenido a Emat!

Este libro forma parte de la serie de publicaciones derivada de los materiales diseñados y puestos a prueba dentro del proyecto Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (Emat). A principios de 1997, por iniciativa de la Subsecretaría de Educación Básica y Normal y el Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa, se puso en marcha la fase piloto de este proyecto de innovación educativa en 15 escuelas secundarias públicas de ocho estados de la república. Los propósitos generales del proyecto Emat se enmarcan en los del Programa de Modernización Educativa y son los siguientes:

- Elevar la calidad de la enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria.
- Impulsar la formación de profesores de matemáticas de este nivel escolar.
- Promover el uso de las nuevas tecnologías en la educación.
- Generar y actualizar métodos y contenidos educativos de la matemática escolar.

Más específicamente, con el proyecto Emat se busca mostrar que es factible aprovechar las nuevas tecnologías –apoyadas en un modelo pedagógico que permita construir ambientes de aprendizaje apropiados– para enriquecer y mejorar la enseñanza actual de las matemáticas en la escuela secundaria. Entre las características principales del modelo que propone el proyecto Emat se encuentran:

1. La utilización de piezas de software y herramientas que hacen posible dar un tratamiento fenomenológico a los conceptos matemáticos; es decir, con dichas piezas y herramientas se puede concretar la idea de que los conceptos son organizadores de fenómenos. Así, la contextualización de las actividades matemáticas no es una mera ambientación, sino que las situaciones planteadas por la actividad corresponden a comportamientos de fenómenos que –en cierto modo– forman parte de la esencia del concepto que se busca enseñar.
2. La utilización de piezas de software y herramientas que impliquen representaciones ejecutables, es decir, que contemplen la manipulación directa de objetos o de representaciones de objetos (matemáticos).

3. La utilización de piezas de software y herramientas cuyo uso está relacionado con un área específica de la matemática escolar (aritmética, álgebra, geometría, probabilidad, modelación, matemática del cambio).
4. La especialización de los usuarios de la tecnología (alumnos y maestros) en una o más piezas de software o herramientas, de tal forma que logren dominarla y, al mismo tiempo, la empleen en la enseñanza y aprendizaje de temas curriculares específicos, antes de pasar al uso de otra herramienta en el aula.
5. La puesta en práctica de un modelo de cooperación para el aprendizaje: los estudiantes trabajarán en parejas frente a la computadora en una misma actividad, lo que promoverá la discusión y el intercambio de ideas.
6. La práctica de un modelo pedagógico en el que el profesor promueve el intercambio de ideas y la discusión en grupo, y al mismo tiempo actúa como mediador entre el estudiante y la herramienta, es decir, el ambiente computacional –asistiendo a los estudiantes en su trabajo con las actividades de clase y compartiendo con ellos el mismo medio de expresión.

El laboratorio Emat

Estudios realizados en los últimos años han demostrado que el uso de nuevas tecnologías abre perspectivas interesantes para la enseñanza de las matemáticas y otras ciencias. Entre los beneficios que brindan podemos mencionar los siguientes:

- Ofrece al estudiante ambientes de trabajo que estimulan la reflexión y lo convierten en un ser activo y responsable de su propio aprendizaje.
- Provee un espacio problemático común al maestro y al estudiante para construir significados.
- Elimina la carga de los algoritmos rutinarios para concentrarse en la conceptualización y la resolución de problemas.
- Da un soporte basado en la retroalimentación.
- Reduce el miedo del estudiante a expresar algo erróneo y, por lo tanto, se aventura más a explorar sus ideas.

La computadora y la calculadora nunca van a suplir al maestro: son instrumentos de apoyo, como el pizarrón y el gis, aunque sus características sean esencialmente diferentes.

El objetivo principal del empleo de la tecnología en el aula no se reduce a practicar algoritmos, sino que ayuda al alumno a descubrir y construir conceptos y técnicas mediante el ejercicio de la reflexión. Así, la matemática pasa a ser mucho más que una simple mecanización de procedimientos.

Una característica importante de los paquetes de cómputo que se han elegido para el proyecto Emat es que son abiertos. Es decir, el usuario decide qué hacer con ellos, en vez de que el programa computacional dirija todo el trabajo –como ocurre en los programas tutoriales–. Estos paquetes abiertos pueden usarse con objetivos didácticos muy diversos, muchos de los cuales están definidos por las actividades que se proponen en este libro.

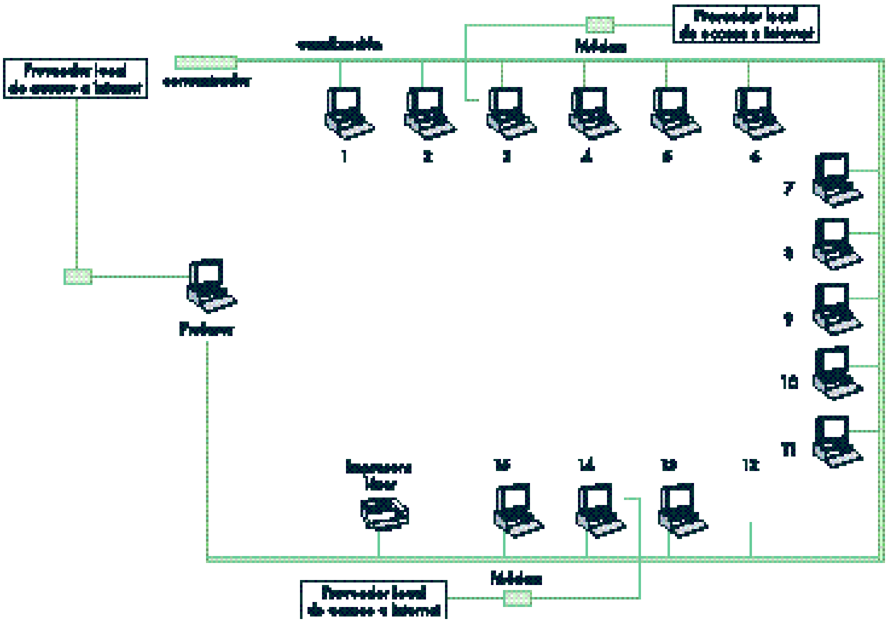
Un laboratorio Emat está integrado básicamente por el siguiente equipo:

- Computadoras para los alumnos
- Computadora para el maestro
- Impresora
- Módem (opcional)
- Reguladores de corriente
- Calculadoras
- Mesas y sillas adecuadass

Para instalar un laboratorio Emat en una escuela es necesario contar con un aula de buen tamaño (por ejemplo de 8 x 12 m) que tenga corriente eléctrica de 110 voltios y que cuente con contactos trifásicos. Si se desea que alguna computadora tenga acceso a internet debe contarse, además, con una línea telefónica.

Dado que el equipo que integra el laboratorio es muy costoso, resulta indispensable instalar en el aula varias protecciones; por ejemplo: puerta con llave, enrejado en las ventanas, mueble para guardar las calculadoras. Es importante también que las computadoras estén conectadas a reguladores de corriente.

Para el buen funcionamiento del trabajo en un laboratorio Emat, recomendamos que, en la medida de lo posible, las computadoras se acomoden en forma de herradura, como se muestra en el esquema.



Al instalar las computadoras hay que procurar que entre ellas quede espacio suficiente para que puedan sentarse cómodamente dos o tres niños por máquina. La disposición en herradura tiene múltiples ventajas. Por un lado, facilita al maestro pasar de un equipo de alumnos a otro y observar el trabajo que están realizando. Por el otro, con sólo girar las sillas, dando la espalda a la computadora, los alumnos pueden acomodarse para participar en una discusión colectiva o atender las explicaciones que el maestro dirija a todo el grupo.

Es necesario también que en el centro del aula haya mesas de trabajo. Los alumnos las utilizarán, sobre todo, cuando trabajen con las calculadoras, pero también cuando sus actividades requieran desarrollar alguna tarea con lápiz y papel.

Para enseñar matemáticas en un laboratorio Emat se hace uso de distintos paquetes computacionales (Cabri-Géomètre, Excel, SimCalc MathWorlds, Stella).

Algunos de estos son de acceso libre y pueden obtenerse en internet; otros son comerciales y necesitan adquirirse con los proveedores junto con los permisos para usarse en grupo. Para más información al respecto puede consultar la página de Emat en internet, cuya dirección es:

http://emat-efit.ilce.edu.mx/emat-efit/emat

Metodología de trabajo

Enseñar matemáticas utilizando computadoras o calculadoras conlleva muchos cambios en la organización del trabajo. Éstos se reflejan principalmente en el papel que desempeña el maestro en este contexto, en la organización del trabajo de los alumnos y en la manera de evaluar su rendimiento.

El papel del maestro

Las nuevas tecnologías requieren otro tipo de acercamiento a la enseñanza, por lo que el papel del maestro cambia radicalmente cuando la clase de matemáticas se desarrolla con tecnología apoyada en hojas de trabajo. Con esta combinación, tecnología y hojas de trabajo, el profesor tiene la posibilidad de mediar el aprendizaje de sus alumnos de tres formas distintas:

- Mediante las hojas de trabajo que les proporciona.
- Apoyando y guiando a los estudiantes durante la resolución de las hojas de trabajo en el salón de clase. Los 45 o 50 minutos de la clase son los más valiosos en el aprendizaje de los alumnos. En ese tiempo se tiene la oportunidad de interactuar con ellos y de observar sus avances y dificultades, lo que permitirá darles sugerencias cuando lo necesiten.
- En discusiones del grupo completo. El profesor no debe convertirse en el centro de la discusión; debe procurar que los estudiantes se apropien de ella. Los alumnos deben presentar sus opiniones e ideas a los demás y el profesor sólo debe coordinar esta actividad.

En el aula Emat el maestro asume el papel de organizador del trabajo, de guía y de asesor. Propicia que sus alumnos desarrollen un espíritu abierto a la investigación; en otras palabras, los invita a:

- Explorar.
- Formular hipótesis.
- Probar la validez de las hipótesis.

- Expresar y debatir sus ideas.
- Aprender a partir del análisis de sus propios errores.

En este contexto, el maestro ya no agota el tiempo de clase repasando o explicando temas nuevos, sino que la mayor parte la dedica a que los alumnos trabajen para resolver las actividades planteadas en las hojas de trabajo previamente elaboradas. En el aula Emat, el maestro no resuelve las actividades, sus intervenciones tienen como finalidad que los alumnos reflexionen y encuentren por sí mismos una solución aceptable. Esta función se ve reforzada por la organización de los alumnos en equipos de trabajo, pues así el maestro puede pasar de un equipo a otro observando el trabajo que realizan y auxiliándolos, cuando sea necesario, para que puedan llevar a cabo la actividad propuesta. Cuando este tipo de intervención no es suficiente, conviene que el maestro muestre un camino de solución posible y los invite a adoptarlo y continuar por sí mismos. En estos casos no se debe proporcionar demasiada información, pues lo importante es que los equipos sigan trabajando de manera autónoma. El propósito siempre debe ser ayudar a los alumnos a que se involucren en la actividad, pongan en juego su saber matemático anterior y lleguen a desarrollar correctamente ideas matemáticas nuevas a partir de sus propias experiencias.

Si la mayoría de los alumnos se enfrenta con el mismo tipo de dificultades al abordar una actividad determinada, es conveniente organizar una discusión para tratar de resolver el problema colectivamente. Discusiones de este tipo son buenas oportunidades para resumir y sistematizar los avances y resultados sobre los que existe consenso, así como para introducir información nueva que permita a los alumnos avanzar en su trabajo.

La organización del trabajo de los alumnos

El uso de las computadoras no implica necesariamente un aprendizaje individualizado. Esta idea parte de que algunos programas de cómputo han sido diseñados para que sólo una persona trabaje a la vez (es el caso de los llamados tutoriales). Los programas de cómputo seleccionados para trabajar en el aula Emat fomentan la interacción de los alumnos entre sí y con su profesor, gracias al empleo de hojas de trabajo. En este acercamiento social del aprendizaje la comunicación desempeña un papel crucial.

Es aconsejable que los alumnos trabajen en equipos (de preferencia de dos integrantes). Esto fomenta la discusión y produce un aprendizaje más completo y sólido. Para que el trabajo en equipo sea en verdad efectivo, habrá que evitar que los estudiantes desempeñen siempre las mismas funciones (por ejemplo, que sólo uno lea y el otro trabaje con la computadora o la calculadora), pues si esto ocurre, solamente adquirirán unas habilidades específicas pero no otras. Los estudiantes pueden formar sus equipos como deseen, pero es aconsejable que intercambien las tareas para que desarrollen todas las habilidades requeridas: manejo del software, planteamiento del problema, lectura y comprensión de las actividades, etcétera.

La organización de los alumnos en equipos de trabajo presenta muchas ventajas, sin embargo, no siempre los alumnos tienen experiencia en trabajar de este modo. Es, por lo tanto, necesario que el maestro les ayude a adoptar esta manera de trabajar. El trabajo en equipo propicia el intercambio y confrontación de ideas entre los alumnos. Al trabajar de este modo se espera que cada individuo exponga su punto de vista, lo discuta y confronte con los demás integrantes. Este intercambio ayuda al alumno a organizar sus propias ideas y a comunicarlas, a reflexionar sobre ellas, a defenderlas y a modificarlas cuando sea necesario, a escuchar y debatir los argumentos de los demás e ir reafirmando sus conocimientos matemáticos y adquiriendo otros nuevos.

Las hojas de trabajo

Las hojas de trabajo son una herramienta fundamental para realizar las actividades que se plantean en el aula Emat. En ellas se presenta un problema de manera sucinta y se formulan preguntas que pueden llevar alguna sugerencia implícita para que los alumnos empiecen a explorar el problema propuesto. Si bien las actividades planteadas tienen que desarrollarse usando la tecnología, es necesario que los alumnos contesten por escrito las preguntas que se formulan en las hojas de trabajo. Esto tiene un doble propósito. Por un lado, obliga a los alumnos a reflexionar sobre el procedimiento y el resultado que obtuvieron empleando la máquina y a sintetizar su experiencia para comunicarla; por otro lado, proporciona información al maestro acerca de la comprensión que los alumnos han alcanzado de los conceptos matemáticos involucrados en la tarea. Esta información es fundamental para que el maestro decida qué acciones pondrá en práctica en las clases sucesivas, y para que conozca y evalúe el progreso de sus alumnos.

La mayoría de las actividades están pensadas para que todo un grupo de estudiantes las lleve a cabo durante las horas normales de clase. Al comenzar la sesión de trabajo el maestro cuidará que todos los equipos cuenten con las hojas de trabajo necesarias para esa sesión y les pedirá que las lean. Es importante que el maestro se cerciore de que los alumnos han entendido en qué consiste la actividad y qué se espera que hagan. Si hay dudas al respecto, conviene leer la hoja de trabajo frente a todo el grupo y llegar a un consenso acerca de lo que en ella se plantea.

Geometría dinámica

En particular, las hojas de trabajo que se proponen para trabajar con temas de geometría dinámica usando Cabri-Géomètre, se diseñaron para que puedan contestarse en aproximadamente media hora. Esto permite que el profesor organice, una vez que todos han terminado, una discusión en la que se revise el trabajo realizado por los distintos equipos y se puedan hacer los comentarios pertinentes en cada caso.

Si un equipo termina la actividad mucho antes que los demás, se recomienda entregarle otra hoja de trabajo para que sigan ocupados mientras los demás terminan la tarea original.

Las hojas de trabajo de geometría dinámica contienen indicaciones, preguntas, breves explicaciones y gráficas. Cada uno de estos rubros está relacionado con un icono, como se muestra a continuación:

Escribe

Contesta

Escucha

Utiliza Cabri

Cómo se evalúa el trabajo de los alumnos

El modelo pedagógico que caracteriza al proyecto Emat es diferente al usual, y esto se refleja sobre todo en la manera de evaluar a los alumnos.

En Emat se le da más peso a lo que hace el alumno. Por lo tanto, éste es el primer aspecto que se considera al evaluar. Por ello, al trabajar con geometría dinámica, es importante que el profesor revise las respuestas que los estudiantes registran en las hojas de trabajo, así como los dibujos que realizan en la pantalla. Dado el alto número de alumnos que por lo general integran los grupos, se recomienda que el profesor revise sólo una hoja por equipo. Esto implica que todos los integrantes del equipo tendrán que colaborar en la actividad y estar de acuerdo con las respuestas registradas. Para evaluar las construcciones geométricas realizadas con Cabri es conveniente grabarlas, de vez en cuando, en un disco flexible. Posteriormente, usando el comando REVISAR CONSTRUCCIÓN, se podrá verificar paso a paso el procedimiento seguido por los estudiantes.

El modelo Emat contempla la participación del alumno en el equipo y en las discusiones de grupo. Éste es otro aspecto que el profesor tendrá que tomar en cuenta al evaluar.

El aprovechamiento también es muy importante y para evaluarlo el profesor podrá aplicar bimestralmente un examen individual (véase el anexo).

En el modelo Emat cada uno de los aspectos mencionados debe tener su peso en la evaluación final. Una sugerencia es asignar a cada aspecto un porcentaje de, por ejemplo, 25 por ciento.

Propósitos generales

Cabri-Géomètre es un ambiente computacional que permite manipular los objetos geométricos que aparecen en la pantalla. Esto hace posible que el usuario trace y transforme figuras geométricas, lo que eventualmente lo conducirá a deducir, por ejemplo, las propiedades invariantes de las figuras. Esto es posible debido a que las transformaciones en el ambiente Cabri están sujetas a las reglas de la geometría euclidiana. Tanto la exploración y elaboración de conjeturas, como la verificación práctica de teoremas geométricos hacen del trabajo con Cabri un acercamiento práctico y experimental al mundo de la geometría. Este tipo de acercamientos contrasta con las maneras más tradicionales de enseñar geometría, las cuales toman como punto de partida los axiomas y teoremas, considerándolos (sin preguntarse por qué) como verdades absolutas.

Temas que se exploran

En el cuadro de la siguiente página se presenta la relación entre las actividades que se proponen en este libro, el grado escolar en el que se recomienda trabajarlas y su relación con el currículum.

Si bien las actividades están numeradas, esto no implica que deban realizarse en este orden. El profesor puede organizarlas como mejor convenga al plan de trabajo que quiera desarrollar con sus alumnos.

Contenidos curriculares

Primer grado

Dibujo y trazos geométricos

1. Punto y segmento
2. Rayo (semirrecta) y recta
3. Las cinco herramientas de dibujo
4. Construcción del cuadrado
5. Construcción del rectángulo
6. Construcción del rombo
7. Mediatriz de un segmento

Figuras básicas y ángulos

8. Construcción de triángulos
9. Clasificación de ángulos
10. Ángulos formados por la intersección de dos rectas
11. Suma de los ángulos interiores de un triángulo
12. Construcción de la bisectriz de un ángulo
13. Construcción del paralelogramo

Simetría Axial

14. Concepto de simetría
15. Concepto de traslación
16. Concepto de rotación
17. Propiedades de la simetría axial

Cálculo de perímetros y áreas

18. Medición de perímetros, áreas y ángulos
19. Construcción del paralelogramo a partir del rectángulo
20. Construcción del paralelogramo a partir del triángulo
21. Idea de variación (rectángulos)
22. Relación entre la longitud de una circunferencia y el área del círculo

Segundo grado

Trazos geométricos y figuras básicas

23. Reproducción de un ángulo a partir de un punto dado
24. Una propiedad de los triángulos isósceles
25. Trazo de una paralela
26. División de un segmento en partes iguales
27. Encontrar el punto simétrico
28. Bisectriz, altura, mediana y mediatriz de un triángulo cualquiera

Ejemplo de distribución de actividades durante el año escolar

Debido a que los profesores tienen que evaluar cada bimestre, podría pensarse que trabajar alrededor de cinco actividades por bimestre sería lo recomendable. Sin embargo, lo más conveniente es que el profesor determine la frecuencia del trabajo en el laboratorio dependiendo del tema que esté tratando. Puede ser que durante un bimestre considere conveniente que los alumnos asistan al laboratorio Emat tres o cuatro veces por semana, mientras que en otro bimestre bastará con que asistan sólo una o dos veces por semana. Estas decisiones las tomará el profesor dependiendo de su plan de trabajo.

Es posible también que el profesor considere que sus alumnos pueden adelantarse en el programa y desarrollar algunas actividades que se relacionen con temas curriculares más avanzados. Quizá esto sea recomendable sobre todo para los estudiantes más aventajados.

El profesor tiene también la libertad de diseñar sus propias actividades para complementar las que aquí se proponen. Al hacerlo es muy importante que tenga siempre presente que un componente esencial de las actividades de Cabri es el movimiento. Además se recomienda que las actividades no se reduzcan a una lista de instrucciones que el estudiante deba seguir. Es necesario estimular en el alumno un espíritu de búsqueda y exploración, por lo tanto, las actividades tienen que ser lo suficientemente flexibles para permitirle encontrar sus propios caminos de exploración y búsqueda.

Hojas de trabajo

A continuación se encuentran, organizadas por grado escolar, las hojas de trabajo que el maestro puede usar para desarrollar actividades de geometría dinámica con los alumnos. Las dos primeras hojas pretenden introducir a los alumnos en el laboratorio Emat, contestando algunas de las preguntas que suelen inquietarlos al empezar esta nueva manera de trabajar.

Para ampliar la información sobre materiales de Cabri-Géomètre consulte la página de internet:

http://www-cabri.imag.fr

Estudiantes: ¡Bienvenidos a Emat!

Bienvenidos a Emat (Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología). A partir de hoy muchas de las clases de Matemáticas se desarrollarán en este laboratorio. Como podrán observar, en el laboratorio Emat hay varias computadoras y calculadoras. Trabajarán con unas u otras dependiendo del tema de estudio.

¿Cómo se trabaja en un laboratorio Emat?

En el laboratorio Emat el modo de trabajo es algo distinto al acostumbrado. Esto se notará más todavía cuando se requiera el uso de las computadoras.

Se formarán equipos de dos o tres compañeros para que juntos resuelvan, con ayuda de la computadora, las actividades que se propongan. A cada equipo se le entregará una hoja de trabajo en la que vendrá detallada la actividad en cuestión. Será necesario entonces que cada equipo lea con cuidado la hoja de trabajo y la discuta hasta entender bien qué se espera de todos. Una vez entendida la actividad, los equipos decidirán la estrategia que seguirán para resolverla. Es muy importante que cada uno de los miembros del equipo participe y tenga en algún momento acceso al teclado y al manejo del ratón.

¿Quién me puede ayudar?

Cuando necesiten ayuda para entender bien de qué trata la actividad o para saber cómo se maneja la computadora o la calculadora, pueden recurrir a otros compañeros o al maestro. Lo importante al trabajar en el laboratorio Emat es comprender la actividad y realizarla. Es irrelevante si tu equipo trabaja más rápido o más lento que los demás. No se trata de competir ni de ganar, se trata de aprender.

¿Cómo trabajaré en el laboratorio?

Para que los alumnos trabajen de manera provechosa en el laboratorio Emat, un equipo de expertos ha diseñado una serie de actividades matemáticas que podrán desarrollar usando la computadora o la calculadora y poniendo en juego sus conocimientos matemáticos anteriores; así aprenderán conceptos matemáticos nuevos. Las actividades se presentan en hojas de trabajo. Tendrán que leer las hojas de trabajo con cuidado, discutirlas en equipo y contestar las preguntas que allí se formulan. Discutan con el maestro y los demás compañeros los resultados que obtengan en el equipo. Si resulta que al trabajar la misma actividad, otros compañeros llegan a resultados distintos, traten de entender por qué; quizá se trate de resultados equivalentes o tal vez alguien cometió un error. Si esto último ocurre, no hay que avergonzarse, pues de los errores podemos aprender mucho. Lo que se debe hacer es analizar de nuevo el problema, entender dónde se cometió el error y corregirlo.

¿Cuál es el papel del maestro?

En el laboratorio Emat no cambia sólo la manera de trabajar de los alumnos, cambia también el papel del maestro. La función del maestro ya no será la de “dar la clase”, sino la de coordinar el trabajo del grupo y dar seguimiento al trabajo de cada equipo auxiliándolo cuando lo necesite. El maestro se vuelve entonces un compañero experto que ayuda a los alumnos en su proceso de aprendizaje.

¿Cómo se evaluará el trabajo?

En el laboratorio Emat el maestro tomará en cuenta varios elementos. Considerará la participación de cada quien en el equipo de trabajo así como las discusiones de grupo. También valorará la constancia y el empeño que pongan en realizar las actividades. De vez en cuando aplicará algún examen individual para ver qué tanto han aprendido.

¿Cómo cuidar el equipo?

Finalmente queremos llamar la atención sobre el cuidado que hay que tener al manejar el equipo del laboratorio Emat. Se trata de un equipo muy costoso que va a ser usado por muchos compañeros. Al mismo laboratorio acudirán alumnos de distintos grados y todos deben usarlo con provecho y cuidarlo. No hay que maltratar el teclado ni la pantalla de las computadoras y se debe manejar el ratón con cuidado, evitando que caiga al suelo.

Primer grado

Punto y segmento

Dibujo y trazos geométricos

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Usar las dos primeras herramientas: PUNTO y SEGMENTO.

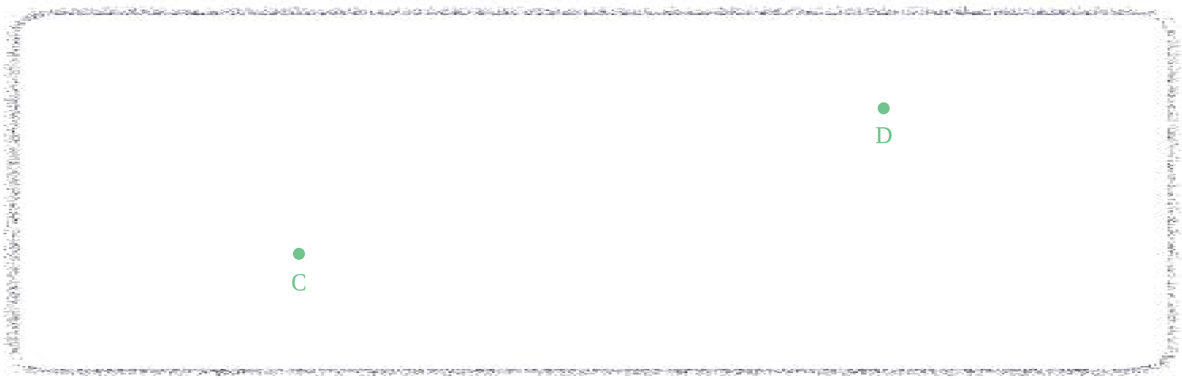
Escribe lo que entiendes por segmento y haz un dibujo para ilustrarlo.

Un segmento es un tramo de recta cuyos extremos son un punto inicial y un punto final.

En tu dibujo, ¿tienes estos elementos?

Traza el segmento AB, ¿qué nombres reciben los puntos A y B?

Traza el segmento teniendo como extremos a C y D.



Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

Con el puntero arrastra uno de los extremos del segmento CD y describe lo que ocurre. ¿Sigue siendo un segmento?

Rayo (semirrecta) y recta

Dibujo y trazos geométricos

Nombre ______________________________ Edad __________

Escuela ______________________________ Fecha __________

Propósito: Utilizar las siguientes dos herramientas: RAYO (semirrecta) y RECTA.

Escribe lo que entiendas por rayo y recta; haz los dibujos correspondientes.

Traza un rayo que parta del punto S y dibuja cualquier recta.

S

Anota los pasos que seguiste en el ejercicio anterior.

¿Cuántas rectas pasan por un punto?

Elige un punto A y traza las rectas que pasan por A.

¿Cuántas rectas pasan por dos puntos dados?

Ilustra tu respuesta.

Las cinco herramientas de dibujo

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Usar las cinco herramientas para dibujo: las cuatro anteriores (PUNTO, SEGMENTO, RAYO, RECTA) y CIRCUNFERENCIA.

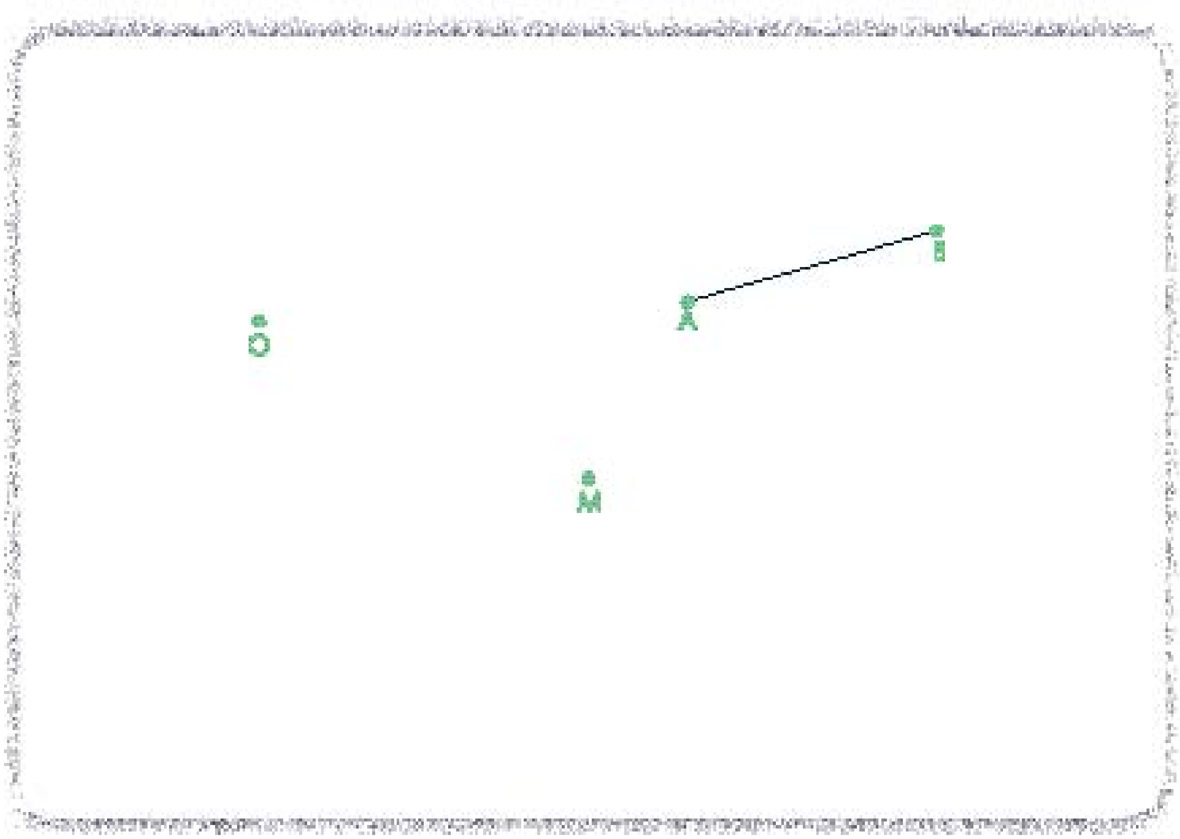
Escribe lo que entiendas por circunferencia y haz un dibujo para ilustrarlo.

Para trazar una circunferencia se necesitan dos elementos: un punto llamado centro y un segmento llamado radio.

¿En tu dibujo tienes estos elementos?

Traza una circunferencia con centro en el punto O y el radio que tú quieras.

Traza una circunferencia con centro en el punto M y un radio igual al segmento B.



Escoge un punto sobre una de las circunferencias anteriores y traza un radio.

¿Cuál es la diferencia entre circunferencia y círculo?

Construcción del cuadrado

Nombre ______________________ Edad __________

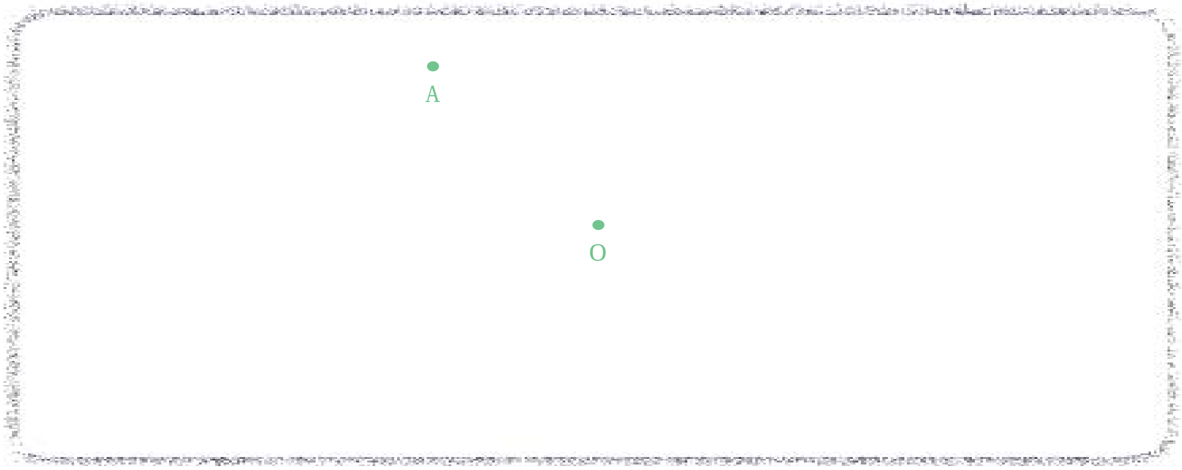
Escuela ______________________ Fecha __________

Propósitos: Dibujar un cuadrado partiendo de dos puntos: el centro y un vértice del cuadrado.
Elaborar una definición propia de cuadrado.
Reflexionar sobre las diferentes definiciones que se propongan.

Define qué entiendes por cuadrado y haz un dibujo que lo represente?

¿Sabes qué punto es el centro del cuadrado? Si no lo recuerdas pregunta antes de continuar.

El punto A es el vértice de un cuadrado y el punto O es su centro. Construye el cuadrado.



¿Cómo verificarías que tu construcción es correcta?

¿Podrías dar otra definición de cuadrado, esto es, donde aparezcan otros elementos distintos de los utilizados en la definición que inicialmente habías dado?

Para comprobar que tu definición es adecuada, construye a partir de ella un cuadrado y verifica dicha construcción.

C onstrucción del rectángulo

Dibujo y trazos geométricos

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósitos: Dibujar un rectángulo partiendo de uno de sus lados.
Construir un rectángulo a partir de dos puntos: un vértice y el centro del rectángulo.

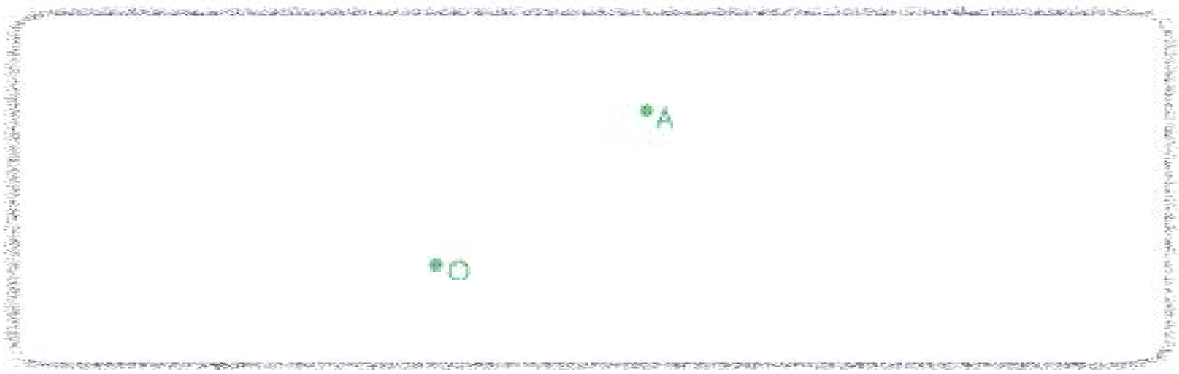
¿Recuerdas qué es un rectángulo? Escribe su definición y haz un dibujo que lo represente.

Construye un rectángulo a partir del segmento LM.

¿Cómo verificarías que tu construcción es correcta?

¿Cuál es el centro del rectángulo? Señálalo en tu construcción. ¿Cómo podrías localizarlo?

Si A es un vértice del rectángulo y O su centro, localiza los vértices restantes y construye dicho rectángulo.



¿Cómo verificas que tu construcción es correcta? ¿Podrías dar una nueva definición de rectángulo, pero empleando ahora elementos diferentes a los que usaste en la primera definición? Hazlo.

Para comprobar si tu definición es adecuada, construye a partir de ella un rectángulo y verifica dicha construcción.

Construcción del rombo

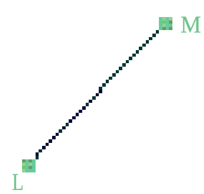
Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Construir definiciones equivalentes para el rombo.

¿Recuerdas qué es un rombo? Escribe su definición y haz un dibujo que lo represente.

Construye un rombo que tenga por lado el segmento LM.



¿Cómo verificarías que tu construcción es correcta?

Señala en tu construcción el centro del rombo. ¿Cómo lo encontraste?

Si P es un vértice del rombo y O su centro, ¿cómo encontrarías los vértices restantes para construir un rombo?

¿Cómo verificas que tu construcción es correcta?

¿Podrías dar otra definición de rombo? Esta vez emplea elementos distintos a los de tu primera definición.

Comprueba si tu definición es adecuada, construyendo a partir de ella un rombo y verifica dicha construcción.

Mediatriz de un segmento

Nombre ______________________________ Edad __________

Escuela ______________________________ Fecha __________

Propósito: Que el alumno identifique puntos que tienen una propiedad en común.

Localiza dos puntos que equidisten de los extremos de un segmento y representa esta situación en la pantalla.

¿Elegiste el punto medio del segmento? Este punto, ¿equidista de los extremos del segmento dado?

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

¿Cómo se puede verificar que los puntos equidistan de los extremos?

¿Habrá otros puntos, distintos de los que encontraste, que equidisten de los extremos del segmento dado? Localízalos.

Construcción de triángulos

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Distinguir triángulos con características diferentes.

Escribe lo que entiendas por triángulo isósceles.

Dibuja un triángulo isósceles que permanezca triángulo isósceles aun cuando arrastres uno de los vértices.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

¿Cómo se verifica que un triángulo es isósceles?

Escribe lo que entiendas por triángulo equilátero.

Dibuja un triángulo equilátero que permanezca triángulo equilátero cuando lo arrastres por la pantalla.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

¿Cómo se verifica que un triángulo es equilátero?

Escribe qué entiendes por triángulo rectángulo.

Dibuja un triángulo rectángulo que permanezca triángulo rectángulo cuando lo arrastres por la pantalla.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

¿Cómo se verifica que un triángulo es rectángulo?

Clasificación de ángulos

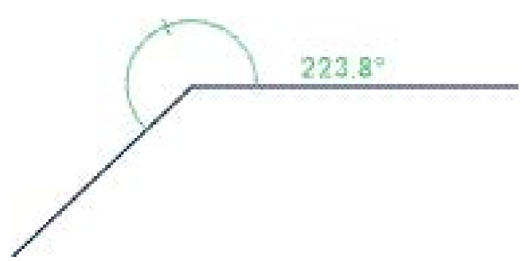
Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Recordar la clasificación de los ángulos.

Escribe lo que entiendas por ángulo y haz un dibujo para ilustrarlo.

La siguiente figura muestra un ángulo.



Reproduce esta figura.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

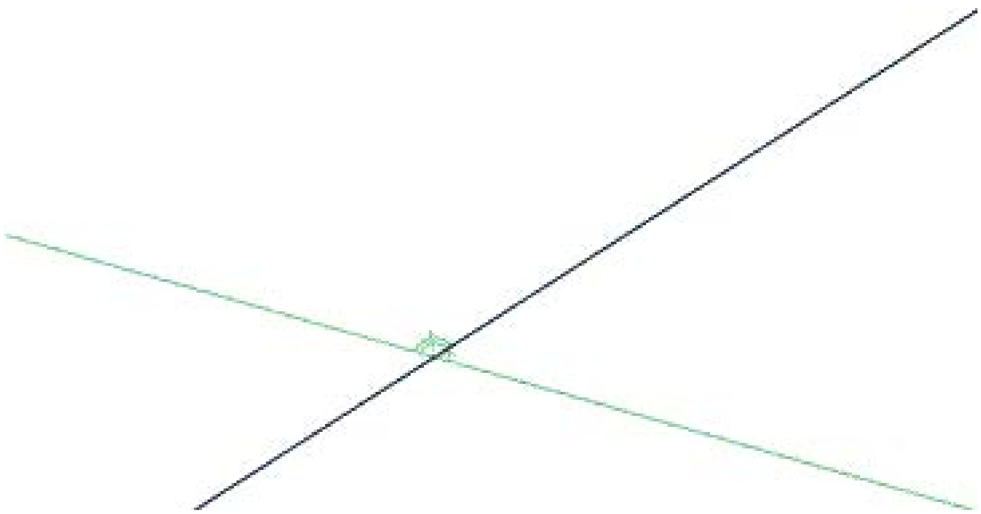
Anota el nombre de los ángulos que conoces.

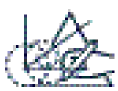
Ángulos formados por la intersección de dos rectas

Nombre ____________________ Edad __________

Escuela ____________________ Fecha __________

Propósito: Que el alumno descubra las relaciones entre los ángulos cuando dos rectas se intersectan.



 Traza dos rectas que se intersecten –como en el dibujo de arriba– y mide cada uno de los ángulos señalados en el dibujo.

Ahora mide los ángulos no señalados, ¿cómo son respecto de los ángulos que mediste anteriormente?

Gira una de las dos rectas. ¿Qué le ocurre a los ángulos que mediste al principio de esta actividad?

¿Qué sucede con la suma de dichos ángulos?

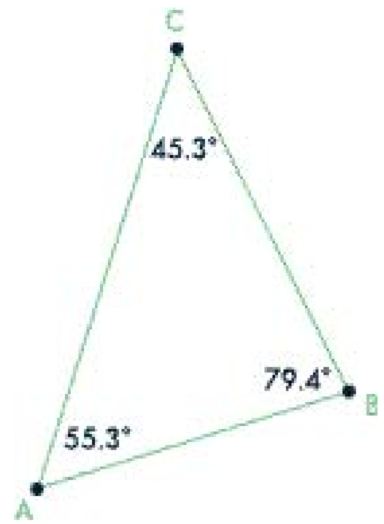
¿Existe una posición en la cual todos los ángulos miden lo mismo? Si tu respuesta fue afirmativa, a las rectas se les llama:

Suma de los ángulos interiores de un triángulo

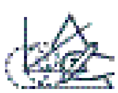
Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Que el alumno utilice la herramienta CALCULAR para obtener la suma de los ángulos interiores del triángulo.



ángulo A + ángulo B + ángulo C = 180.00º

 En cualquier triángulo ABC, mide los ángulos que se forman en los vértices y súmalos.

Si arrastras cualquiera de los vértices, ¿qué ocurre con las medidas de sus ángulos?

¿Qué pasa con la suma si utilizas la opción CALCULAR?

De lo anterior, podemos concluir:

Una consecuencia de la conclusión anterior sería:

Construcción de la bisectriz de un ángulo

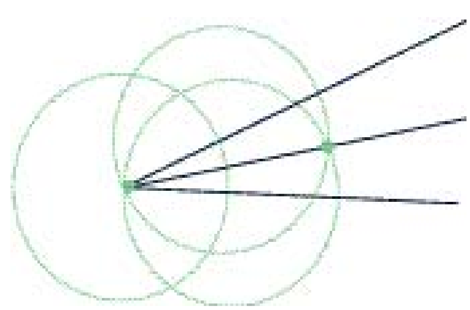
Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Construir la bisectriz de un ángulo sin utilizar la herramienta que proporciona el programa.

Escribe lo que entiendas por bisectriz y haz un dibujo para ilustrarla.

La bisectriz pasa por el vértice del ángulo, pero necesitamos encontrar otro punto para poder trazarla, en la siguiente figura están realizados los trazos necesarios para ello.



Reproduce el dibujo anterior.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

¿Cómo se puede verificar que se trata de una bisectriz?

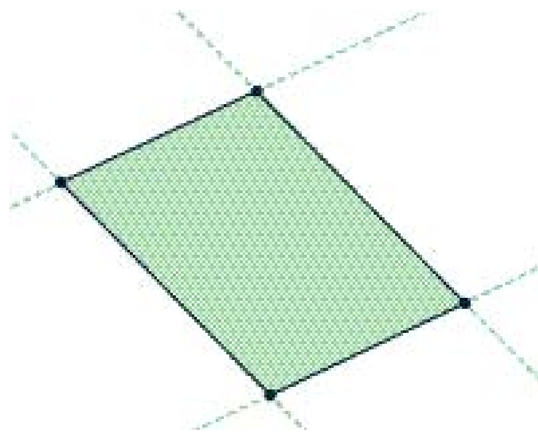
Construcción del paralelogramo

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

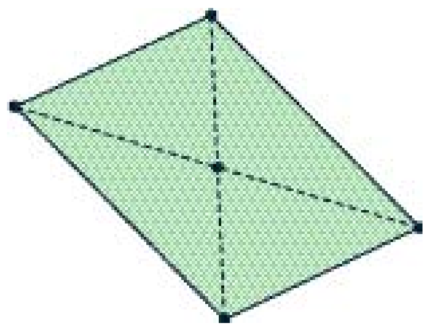
Propósito: Que el alumno construya una definición equivalente de paralelogramo.

En el dibujo aparece un paralelogramo; esto es, una figura formada por dos pares de rectas paralelas que se intersectan.



Traza las diagonales del paralelogramo. ¿Cuál es la longitud de cada una de las diagonales? ______________ Las diagonales se intersectan en un punto, que es el punto medio de cada una de ellas; verifícalo.

Arrastra un vértice del paralelogramo con el puntero y describe lo que sucede:



El punto de intersección de las diagonales es el centro del paralelogramo. Ahora, si tienes dos segmentos y haces que el punto medio de ambos coincida a modo de que formen un ángulo cualquiera, ¿podrías construir un paralelogramo? Si tu respuesta fue afirmativa, construye la figura.

En la construcción que realizaste, arrastra una de las diagonales y verifica que los lados opuestos son siempre paralelos.

Concepto de simetría

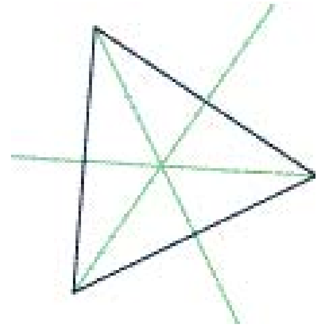
Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Que el alumno descubra el concepto de simetría con respecto a una recta o eje.

Escribe lo que entiendas por simetría axial y, basándote en una figura, muestra en qué consiste.

El triángulo equilátero tiene tres ejes de simetría. La siguiente figura lo ejemplifica.



Reproduce el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para trazar la figura.

¿Cómo puedes verificar que se trata de un eje de simetría?

¿Qué triángulos tienen por lo menos un eje de simetría?

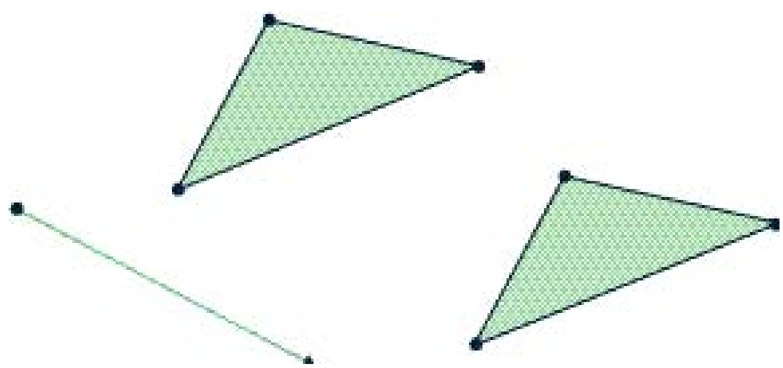
¿Qué triángulos no tienen ejes de simetría?

Concepto de traslación

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Que el alumno utilice la herramienta TRASLACIÓN.



Uno de los movimientos que pueden realizarse en el plano con los objetos geométricos se llama traslación. Posiblemente ya conoces este movimiento. Arriba aparecen dos triángulos, uno es el triángulo original y el otro es producto de la traslación; en el dibujo, también aparece un vector –el cual está representado por una flecha– que indica la dirección, el sentido y la magnitud de la traslación. Esto significa que todos los puntos del objeto geométrico considerado (en este caso el primer triángulo) se movieron en la misma dirección, sentido y magnitud indicados por el vector, y dieron lugar a un objeto geométrico trasladado (el triángulo de abajo).

Con el puntero, arrastra el punto llamado origen del vector y observa lo que ocurre; descríbelo a continuación.

Ahora dibuja un cuadrilátero y otro vector (tercer icono de izquierda a derecha sobre la barra de herramientas); para trasladar tu figura usa el sexto icono de izquierda a derecha sobre la barra de herramientas, donde aparece la herramienta TRASLACIÓN haz clic, señala la figura y después el vector que elegiste, de este modo se obtiene la figura trasladada.

¿Cómo son entre sí la figura original y la figura obtenida mediante la traslación?

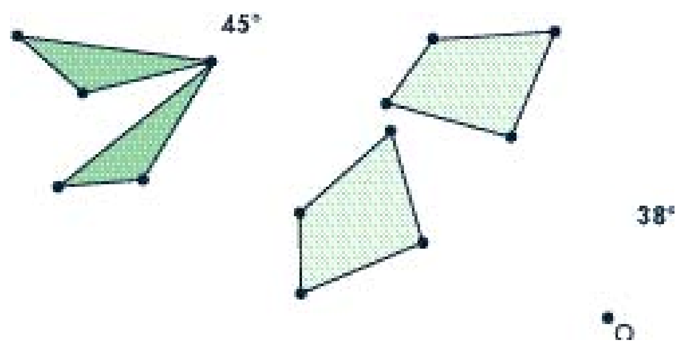
¿Qué es lo único que cambia de la figura original?

Concepto de rotación

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Utilizar la herramienta ROTACIÓN.



Seguramente has escuchado los términos rotar y rotación. En este caso, para rotar un objeto geométrico debes conocer antes, además del objeto, el punto alrededor del cual se llevará a cabo la rotación, llamado centro de rotación, así como el ángulo que debe efectuar dicha rotación.

Para el triángulo de arriba se tomó como centro de rotación un vértice y se utilizó un ángulo de 45 grados. El cuadrilátero tuvo como centro de rotación el punto O y se empleó un ángulo de 38 grados. En ambos casos, la rotación se realizó en sentido contrario a las manecillas del reloj, a este sentido de la rotación se le conoce como positivo, y al otro como negativo.

Con el puntero, arrastra uno de los vértices del triángulo de arriba y describe lo ocurrido.

También con el puntero, arrastra uno de los vértices del cuadrilátero de arriba y explica a continuación lo que sucede.

Dibuja una figura, elige un punto como centro de rotación y traza un ángulo. Mide el ángulo (con la herramienta ÁNGULO, que se encuentra en el antepenúltimo icono). A continuación haz clic utilizando la herramienta ROTACIÓN y señala la figura que vas a rotar. Después señala el centro de rotación y por último la medida del ángulo de rotación.

En una rotación, ¿qué observas entre la figura inicialmente dada y la obtenida después de la rotación?

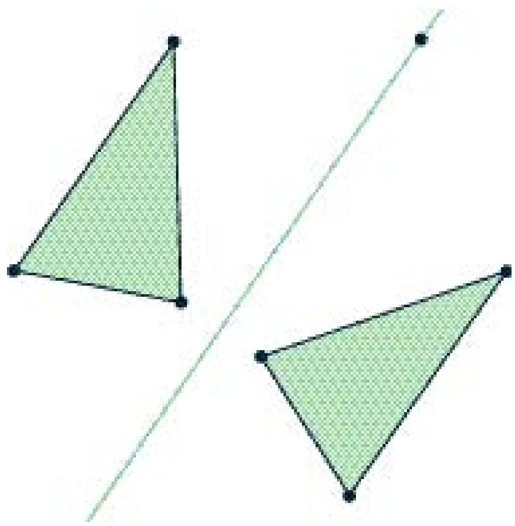
¿Qué cambia con respecto a la figura original?

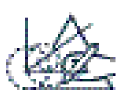
Propiedades de la simetría axial

Nombre ____________________ Edad __________

Escuela ____________________ Fecha __________

Propósito: Utilizar la simetría axial y descubrir algunas de sus propiedades.



 A continuación veremos un movimiento llamado simetría axial (o reflexión sobre una recta). Para ello, arrastra hacia arriba uno de los vértices del triángulo que está a la izquierda y describe lo que sucede.

En este caso, además de la figura inicial, se debe conocer, previamente la recta que se utilizará para obtener la simetría axial. Por lo tanto, dibuja una figura y traza una recta; usa el comando SIMETRÍA AXIAL. Señala primero la figura dada y después la recta elegida; posteriormente aparecerá la figura simétrica respecto de la recta dada.

En la simetría axial, ¿cómo son entre sí la figura originalmente dada y la obtenida? ▸ ______

¿Qué es lo único que cambia con relación a la figura original? ▸ ______

______

Medición de perímetros, áreas y ángulos

Cálculo de perímetros y áreas

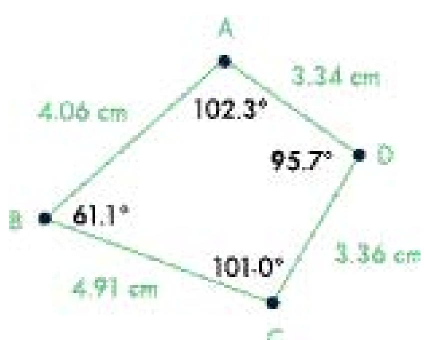
Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Usar las herramientas para medir longitudes, áreas y ángulos.

Escribe lo que entiendes por cuadrilátero y haz un dibujo para ilustrarlo.

La siguiente figura es un cuadrilátero con las medidas de sus ángulos y de sus lados.



Reproduce el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

¿Cuánto suman los ángulos interiores de un cuadrilátero?

¿Qué entiendes por perímetro?

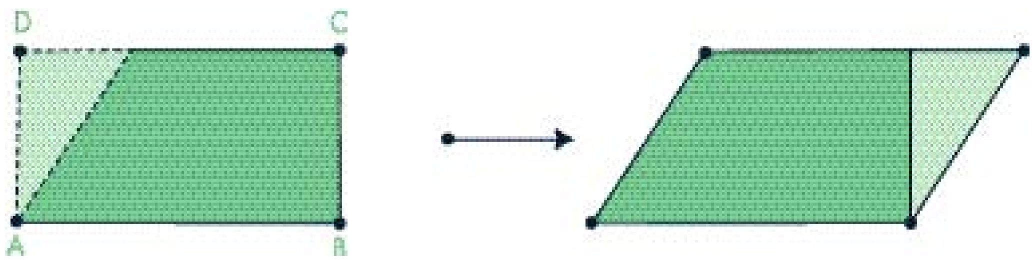
¿Cómo calculas el perímetro?

Construcción del paralelogramo a partir del rectángulo

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Construcciones para relacionar áreas de rectángulos con paralelogramos y viceversa.



El dibujo sugiere cómo construir un paralelogramo a partir de un rectángulo. Explica el procedimiento.

¿Podrías seguir el proceso inverso? Esto es, si te dan un paralelogramo, ¿podrías construir un rectángulo? Hazlo a continuación.

¿Cómo son las áreas del rectángulo y el paralelogramo construido?

Por lo tanto, si conocemos el área del rectángulo, ¿podríamos dar el área del paralelogramo?

Calcula el área en ambos casos; recuerda que debes utilizar el noveno icono, de izquierda a derecha sobre la barra de herramientas, en el comando ÁREA.

Si lo haces al revés, ¿ocurre lo mismo que en el caso descrito? Compruébalo y describe lo sucedido.

Finalmente, señala la base y la altura del rectángulo. ¿Podrías señalar la base y la altura del paralelogramo? ______ Hazlo. ¿Cómo son entre sí las bases del rectángulo y del paralelogramo? ______

______ ¿Y las alturas? ______

Entre el rectángulo y el paralelogramo, ¿cuál tiene menor perímetro? ______

______

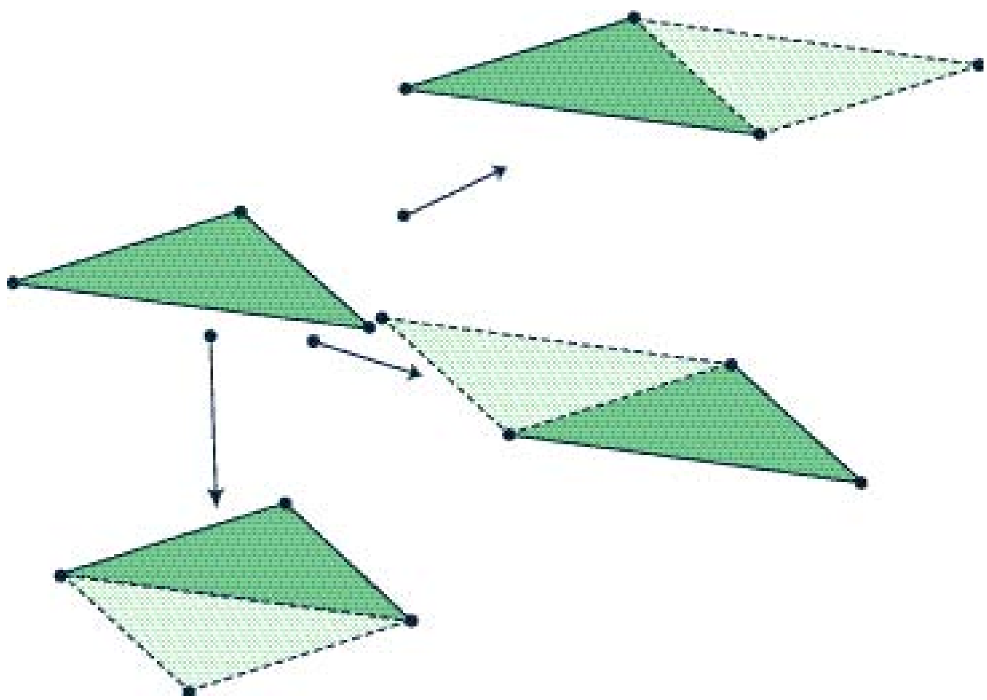
¿Podrías citar la propiedad del triángulo que te permite garantizar la respuesta anterior? Enúnciala a continuación.

Construcción del paralelogramo a partir del triángulo

Nombre ______________________________ Edad ____________

Escuela ______________________________ Fecha ____________

Propósito: Construir el paralelogramo con base en un triángulo, dado de antemano.



Arriba se ilustran las tres maneras de construir un paralelogramo, con base en un triángulo dado, donde cada lado del triángulo corresponde a una de las diagonales para cada paralelogramo.

Utiliza la herramienta ÁREA para obtener el área del paralelogramo y el área del triángulo. ¿Qué relación encuentras entre las áreas?

____

____

¿Qué sucede si cambias las medidas del triángulo?

En cada uno de los paralelogramos del dibujo, señala la base, traza la altura correspondiente y escribe la fórmula del área del triángulo, tomando en cuenta la base y altura elegidas.

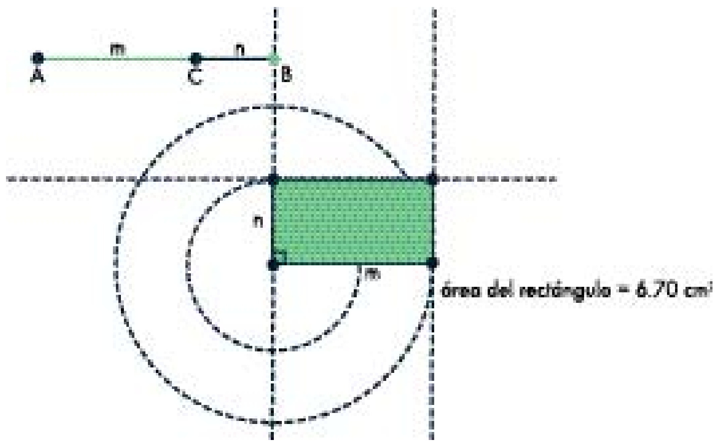
¿Por qué las tres fórmulas obtenidas dan el mismo resultado? Explícalo a continuación:

Idea de variación (rectángulos) ...... Cálculo de perímetros y áreas

Nombre ______________________ Edad ________

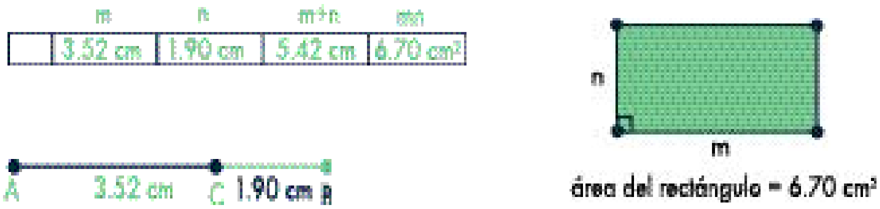
Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Conocer la idea de variación.



En el dibujo se tiene el segmento de extremos A y B, sobre el cual se eligió un punto cualquiera C, que determina los segmentos AC de longitud m y CB de longitud n; con estos dos segmentos de longitudes m y n, respectivamente, se construyó un rectángulo (con trazos punteados se indican los trazos realizados con los comandos: COMPÁS, PERPENDICULAR, MARCA DE ÁNGULO y PARALELA); enseguida, se colorearon los segmentos mencionados, el rectángulo, y se calculó su área.

Con el puntero arrastra C y describe lo que le sucede al área del rectángulo, en particular, cuando C se acerca a cualquiera de los extremos A y B.



En este nuevo dibujo, que es el anterior sin los trazos punteados, aparece en la parte superior izquierda una tabla, cuyos encabezados son m, n, m+n y mn, en la que aparecen la longitud del segmento AC, después la longitud del segmento CB, luego el resultado de la suma de los dos segmentos anteriores, esto es, el semiperímetro del rectángulo o la longitud del segmento dado AB y finalmente el área del rectángulo.

Arrastra el punto C, del segmento dado AB y describe lo que le ocurre a los números que aparecen en la tabla.

¿Qué ocurre cuando el punto C coincide con uno de los extremos del segmento AB? Descríbelo a continuación.

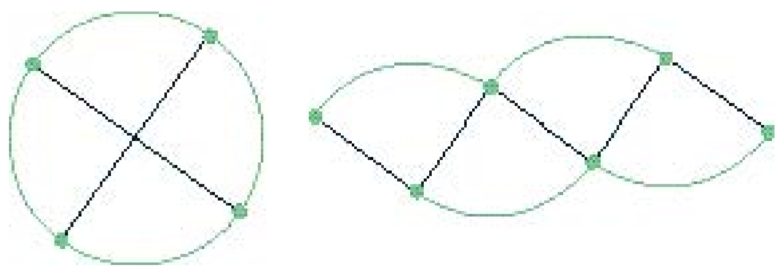
Habrás observado que el semiperímetro del rectángulo, esto es m+n, no cambia, sin embargo, el área del rectángulo varía, desde el valor cero hasta un valor máximo. ¿Para qué posición del punto C, al variar sobre el segmento AB, se encuentra este valor máximo del área del rectángulo? ______ .
¿Cómo son m y n cuando el área es máxima? ______
¿Cuál de todos los rectángulos que tienen el mismo semiperímetro es el que tiene mayor área? ______

Relación entre la longitud de una circunferencia y el área del círculo

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Descubrir la relación entre la longitud de la semicircunferencia y el área del círculo.

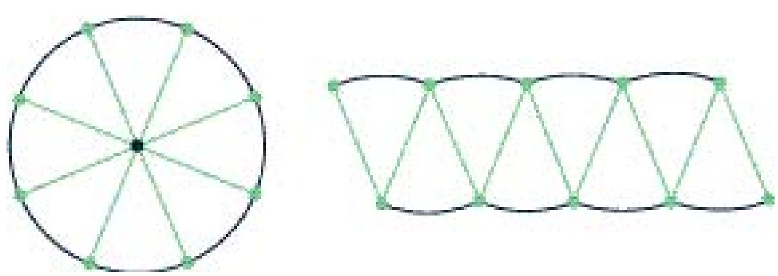


Arriba puedes ver una circunferencia y un círculo divididos en cuatro partes iguales; a la derecha, estas cuatro partes se encuentran alternadas horizontalmente sin encimarse.

Usa un color para rellenar dos partes del círculo alternadamente y otro para las dos partes restantes. Usa los mismos colores para rellenar las partes correspondientes en la configuración de la derecha. Si sumas las medidas de los dos arcos del mismo color que aparecen en esta configuración, los de arriba o los de abajo, ¿qué representa esta suma? ______________________

____

Veamos lo que sucede si la circunferencia y el círculo se dividen en ocho partes iguales:



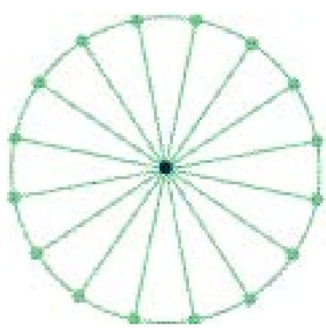
Ahora, la circunferencia y el círculo están partidos en ocho partes iguales, como se aprecia a la izquierda; en la configuración de la derecha, se tienen estas ocho partes alternadas horizontalmente sin encimarse.

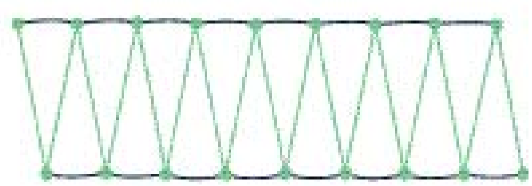
Colorea alternadamente cuatro partes del círculo de la izquierda; después ilumina en la configuración de la derecha, las cuatro partes que correspondan a las que coloreaste en el círculo. Si sumas las medidas de los cuatro arcos del mismo color que aparecen en la configuración de la derecha, los de arriba o los de abajo, ¿qué representa esta suma? ____________________

____

Si volvemos a dividir cada una de estas ocho partes en dos partes iguales, ¿en cuántas partes iguales quedará dividida toda la circunferencia y el círculo? ____________________

Veamos lo que resulta de esta nueva subdivisión:





A la izquierda, la circunferencia y el círculo quedaron divididos en 16 partes iguales; a la derecha se encuentra la configuración que resulta de colocar estas 16 partes iguales alternadas horizontalmente sin encimarse.

Colorea alternadamente el círculo y usa el mismo color para rellenar las partes correspondientes en la configuración de la derecha, ¿Cuánto suman las medidas de los arcos de un mismo color, en la configuración? ____________________

____

____

Fíjate en las tres configuraciones presentadas. A medida que aumenta el número de partes iguales en que se dividen la circunferencia y el círculo, los arcos de cada una de las partes se asemejan a los segmentos que unen sus extremos; dibuja en el espacio siguiente la configuración que resulta de dividir la circunferencia y el círculo en 32 partes iguales.

La configuración que realizaste, ¿es casi un rectángulo? ________

Si tu respuesta fue afirmativa, ¿cuánto mide el largo y cuánto mide el ancho? ________________ Por lo tanto, cómo es el área del casi rectángulo ________________ Y cómo es el casi rectángulo que se construyó con las partes del círculo de la izquierda, entonces ¿cuál es el área de este círculo? ________________

Segundo grado

Reproducción de un ángulo a partir de un punto dado

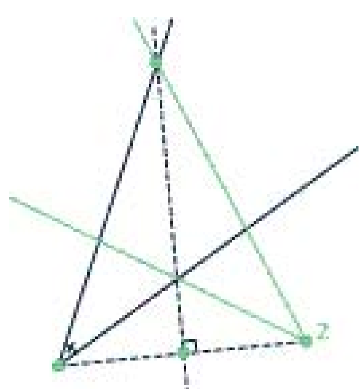
Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Proponer una construcción para copiar un ángulo con vértice en un punto dado.

Arriba se muestra un ángulo y un punto Z en el mismo plano. ¿Cómo construirías un ángulo igual al dado tomando como vértice el punto Z? Descríbelo en el espacio siguiente.

A continuación, aparece una construcción que resuelve el problema planteado.



Verifica que el ángulo con vértice en Z (el que está marcado con trazo continuo) es igual al ángulo dado.
Reproduce la construcción anterior en el espacio siguiente.

Describe a continuación los pasos de la construcción realizada.

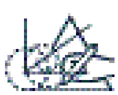
En el dibujo aparece un punto W y una semirrecta que parte de allí. ¿Cómo construirías un ángulo tomando como vértice W y como uno de los lados del ángulo la semirrecta que parte de este punto? Hazlo a continuación y verifica tu solución.

Una propiedad de los triángulos isósceles

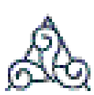
Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Conjeturar una propiedad de los triángulos isósceles.



Construye el triángulo isósceles ABC. ¿Qué lados son iguales?



Mide los ángulos CAB y CBA. Ahora, arrastra el vértice C. ¿Qué ocurre con los ángulos mencionados?

Sin embargo, ¿qué relación guardan entre ellos?

Si arrastras el vértice B, ¿qué le ocurre a los ángulos citados?

Sin embargo, ¿cómo son entre sí?

Con base en las respuestas anteriores, describe la propiedad que comparten todos los triángulos isósceles.

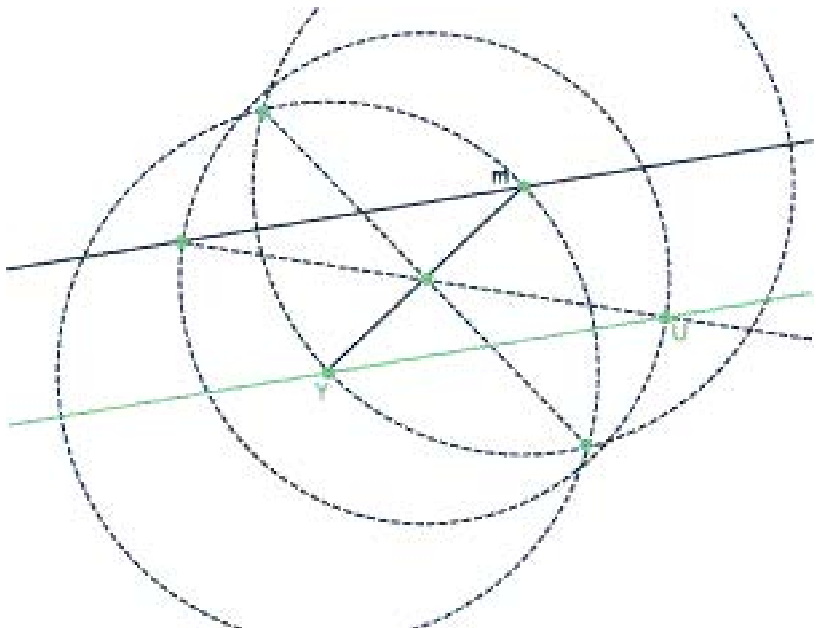
Trazo de una paralela

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Proponer una construcción para trazar la paralela a una recta por un punto exterior a ella.

Arriba aparece una recta m y un punto Y. ¿Cómo podría trazarse una recta paralela a m que pase por Y? Hazlo a continuación.



El dibujo de arriba muestra una construcción que da respuesta a la pregunta anterior; verifica que la recta que pasa por los puntos Y, U, es paralela a la recta m. La construcción sigue los mismos pasos que se requieren para formar un paralelogramo, cuyos vértices son Y, dos puntos cualesquiera sobre la recta m y el punto U.

Reproduce el dibujo anterior y describe a continuación los pasos que seguiste.

Arrastra la recta m para comprobar si tu construcción es adecuada.

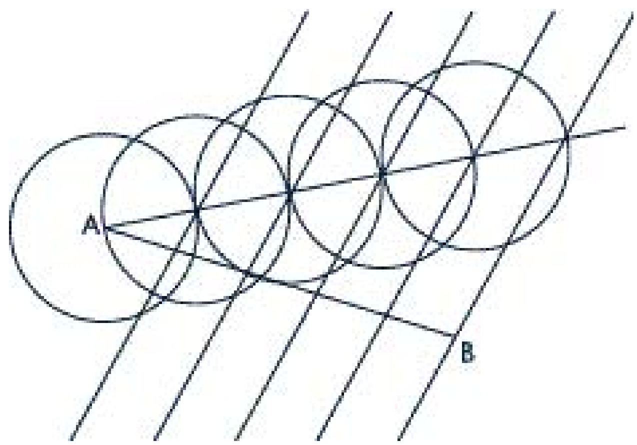
División de un segmento en partes iguales

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Resaltar la importancia de trazos auxiliares para resolver algunos problemas; en este caso, para dividir un segmento en partes iguales.

La siguiente figura muestra la forma de dividir el segmento AB en cinco partes iguales.



Trata de reproducir el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

Arrastra uno de los extremos del segmento AB y describe a continuación lo que ocurre.

¿Cómo dividirías un segmento dado en siete partes iguales? Escribe tu respuesta.

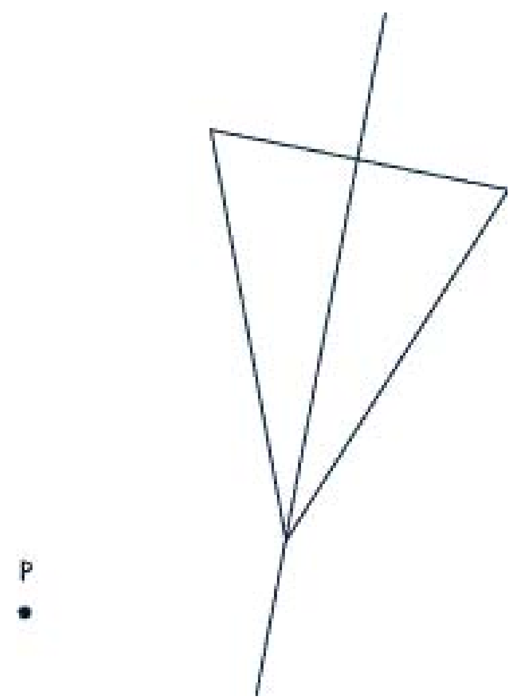
Encontrar el punto simétrico

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Encontrar el simétrico a un punto teniendo un triángulo isósceles y su eje de simetría, utilizando únicamente el comando LÍNEA RECTA.

La siguiente figura muestra un triángulo isósceles y la mediatriz del lado desigual del triángulo, así como un punto P al margen.



Reproduce el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

Encuentra, con respecto a la mediatriz, el punto simétrico del punto P, utilizando para ello sólo el comando LÍNEA RECTA.

¿Cómo puedes verificar si tus trazos son correctos?

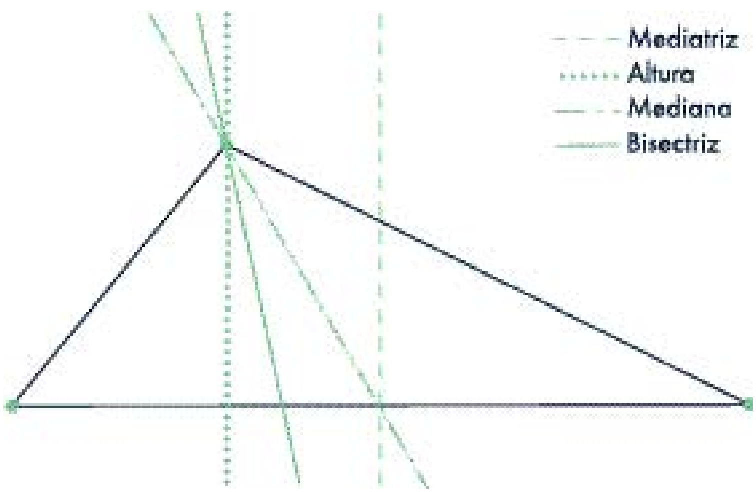
Bisectriz, altura, mediana y mediatriz de un triángulo cualquiera

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Reafirmar lo que se entiende por bisectriz, altura, mediana y mediatriz para un triángulo cualquiera.

La siguiente figura muestra la bisectriz, la altura y la mediana, trazadas desde el mismo vértice de un triángulo; aparece también la mediatriz en el lado opuesto del vértice mencionado.



Reproduce el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

Mueve los vértices del triángulo y verifica si las propiedades de cada una de las rectas se conservan.

Si sigues moviendo los vértices, ¿habrá un momento en que concurran las cuatro rectas?

¿En qué triángulo coinciden las cuatro rectas?

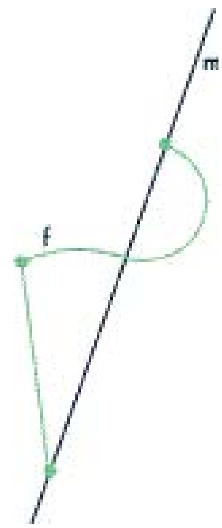
Trazo de ejes de simetría de figuras dadas

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Localizar ejes de simetría en figuras dadas.

Si sabemos que una figura tiene simetría con respecto a un eje, bastará con conocer la mitad de la figura para completarla.

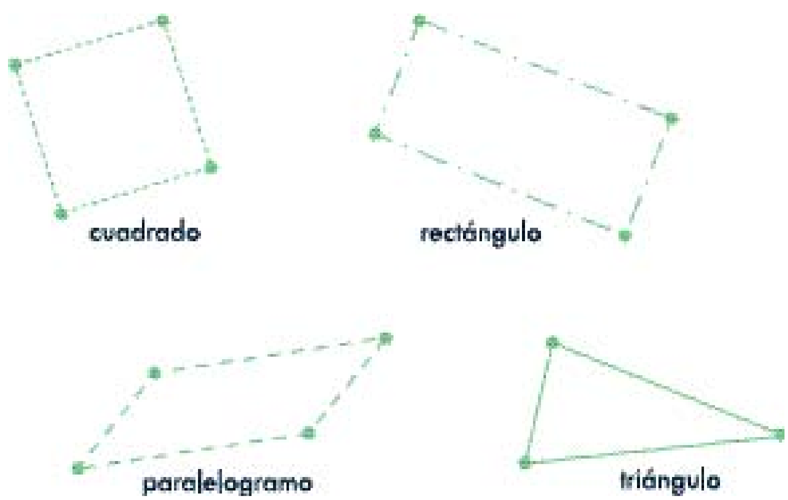


En el dibujo, la mitad de la figura está dada por f; dicha mitad se halla constituida por arcos de circunferencia y un segmento. Usa la herramienta SIMETRÍA AXIAL para señalar cada uno de los elementos que componen a f, y después señala el eje de simetría m; así obtendrás los elementos simétricos respecto de m y completarás la figura.

Dibuja la figura completa a continuación.

Ahora traza cualquier figura compuesta de segmentos de recta y arcos de circunferencia y traza su eje de simetría; para ello tienes dos opciones: el eje puede cortar la figura o no. Ilustra ambos casos y dibuja la figura completa.

De las figuras siguientes, ¿cuáles tienen ejes de simetría?



Traza un cuadrado, un rectángulo, un triángulo y un paralelogramo. Después traza los ejes de simetría de cada figura y verifica que lo hiciste correctamente utilizando el icono SIMETRÍA AXIAL. Si cada figura queda encimada sobre sí misma, quiere decir que la operación fue correcta.

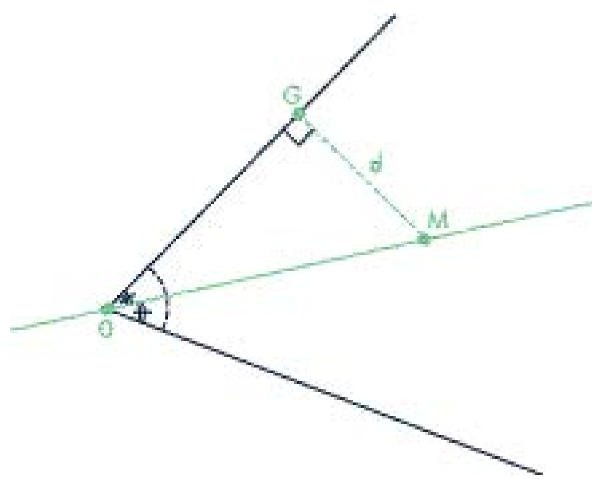
La bisectriz de un ángulo como eje de simetría

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Aplicaciones de la simetría axial en figuras básicas.

Por una parte, la bisectriz de un ángulo tiene la propiedad de dividir a éste en dos ángulos iguales; por otra, si se toma un punto cualquiera sobre la bisectriz, las distancias a cada uno de los lados del ángulo inicial serán iguales. Observa la figura.



El ángulo tiene vértice en O, OM es la bisectriz de dicho ángulo; el punto M es cualquier punto sobre la bisectriz y desde M se trazó la distancia d a uno de los lados del ángulo. Si trazas la distancia de M al otro lado del ángulo, ¿cómo será con respecto a d?

Para verificar lo anterior dibuja el triángulo OMG. Usa el comando SIMETRÍA AXIAL para señalar el triángulo y la bisectriz OM.

Describe a continuación lo ocurrido.

Con base en lo anterior podemos afirmar que la bisectriz es el eje de simetría del ángulo. ¿Estás de acuerdo?

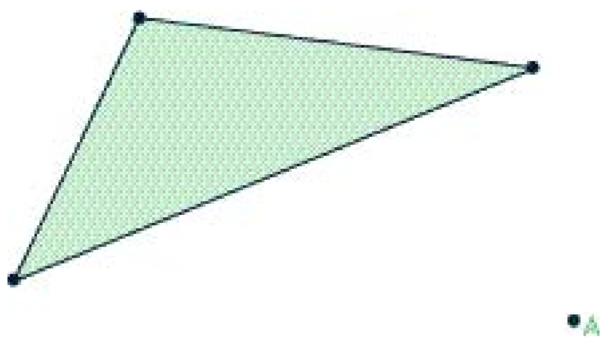
Vistas así, las propiedades de la bisectriz que se mencionaron al principio son dos formas de decir lo mismo; en otras palabras, son propiedades equivalentes.

Uso de la simetría central

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Obtener polígonos estrellados a partir de polígonos regulares de un número impar de lados.



Arriba se muestra un triángulo y un punto A fuera del triángulo; activa el comando SIMETRÍA; señala primero el triángulo y luego el punto A, así obtendrás la figura simétrica del triángulo, hazlo.

Describe lo ocurrido a continuación.

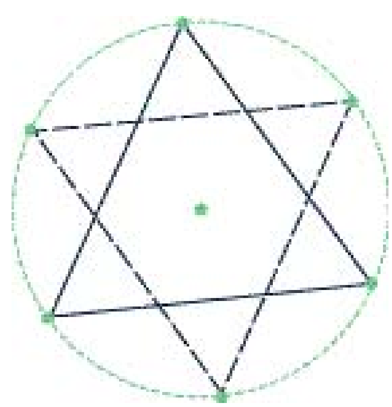
Ahora, arrastra cualquier vértice del triángulo sombreado y describe lo sucedido.

A este tipo de simetría, usualmente se le llama central para distinguirla de la axial.

Si el punto A es el punto medio de cualquiera de los lados del triángulo sombreado. ¿Qué figura se obtiene si se activa el comando SIMETRÍA y se señala primero el triángulo y luego el punto medio del lado elegido?

¿Qué figura se obtiene si el punto A es un vértice del triángulo dado y se utiliza el comando SIMETRÍA para señalarlo?

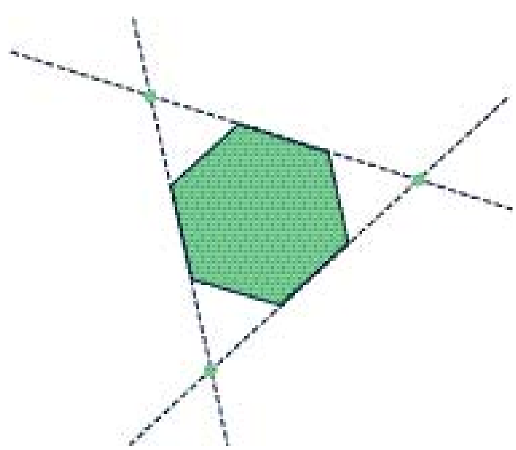
Consideremos un polígono regular de un número impar de lados, por ejemplo un triángulo equilátero. Al realizar la simetría, elige como centro el de la circunferencia que toque todos los vértices del polígono regular, como se ve en la figura.



El triángulo equilátero original aparece en negro y el que se obtuvo por simetría en línea punteada, ambos triángulos determinan un polígono llamado estrella de seis picos. ¿Qué ocurre si arrastras cualquiera de los vértices del triángulo original? Describe a continuación lo sucedido.

Si iluminas la región que ambos triángulos tienen en común, ¿qué figura se obtiene?

Esto último sugiere que la estrella de seis picos también se puede construir partiendo de un hexágono regular. El dibujo de abajo sugiere có- mo hacerlo.



Completa la construcción y describe la estrategia que empleaste.

¿Es posible obtener un polígono estrellado si se parte de un polígono regular con un número impar de lados? Usa la herramienta SIMETRÍA para obtener la figura simétrica del polígono regular y usa el mismo procedimiento que seguiste con el triángulo equilátero. Describe a continuación lo ocurrido.

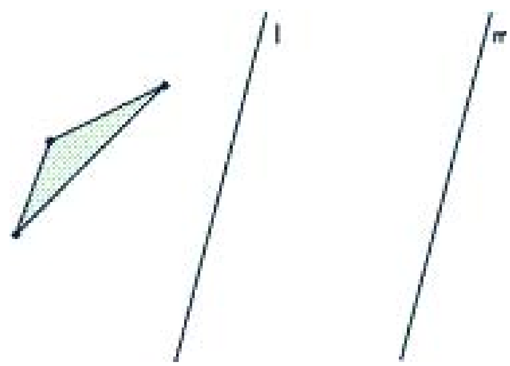
Composición de reflexiones .... Simetría axial y central

Nombre ______________________________ Edad __________

Escuela ______________________________ Fecha __________

Propósito: Iniciar la composición de reflexiones cuando los ejes son rectas paralelas.

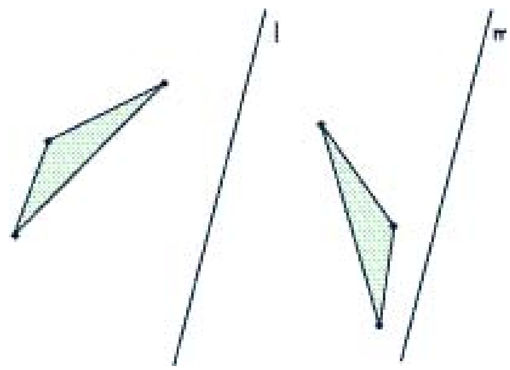
¿Habrá alguna relación entre las siguientes transformaciones sobre una recta (o simetría axial): de traslación, rotación y reflexión?



Arriba se muestra un triángulo y dos rectas paralelas l y m; si se realiza la simetría axial, primero con respecto al eje l y luego con respecto al eje m, ¿cuál será la posición del triángulo después de estas dos reflexiones sucesivas? Utiliza el comando SIMETRÍA AXIAL para reflejar el triángulo sobre el eje l y aplica de nuevo el comando a la figura obtenida de esta primera reflexión, pero ahora toma como base el eje m.

A continuación se muestra el resultado de ambas transformaciones.

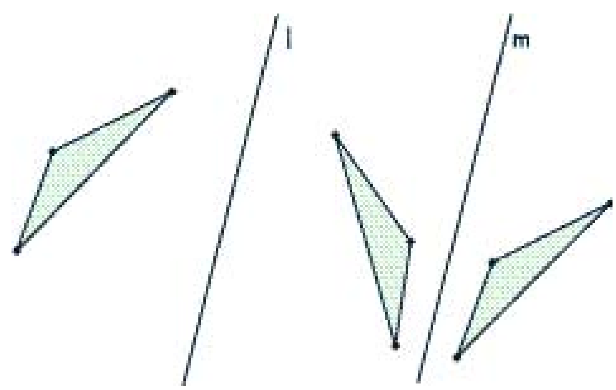
Reflexión sobre el eje l



Como puedes ver, después de las dos reflexiones sucesivas el triángulo de la izquierda se transformó en el triángulo de la derecha; ahora bien, el triángulo de la derecha también puede obtenerse del triángulo de la izquierda, si se realiza una traslación. Indica el vector que representa dicha traslación y compueba lo anterior.

Si la magnitud del vector de traslación está relacionada con la distancia entre las paralelas l y m, ¿ cuál es esta relación?

Reflexión sobre el eje m



¿Qué hubiese ocurrido si primero reflejas el triángulo de la izquierda con respecto al eje m, y después al triángulo resultante con respecto al eje l? Hazlo y describe lo sucedido.

Llevar a cabo dos reflexiones sucesivas sobre una figura se conoce con el nombre de composición de reflexiones.

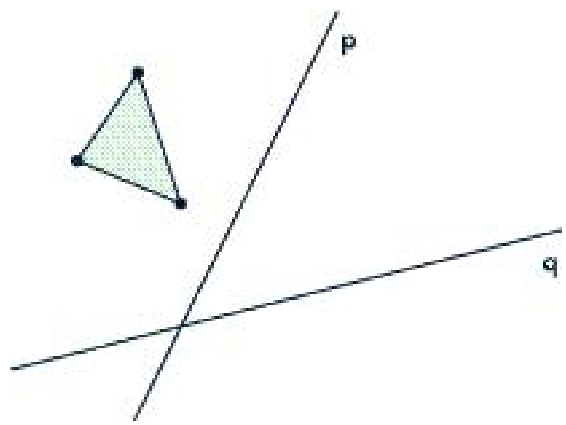
Reflexiones sucesivas

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

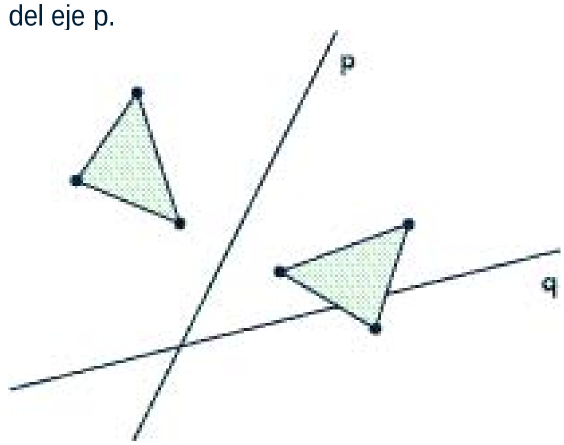
Propósito: Ilustrar el caso de composición de reflexiones cuando los ejes son rectas que se intersectan.

¿Qué ocurre al realizar dos reflexiones sucesivas del triángulo cuando los ejes, en este caso p y q se intersectan, es decir, cuando p y q no son paralelas?

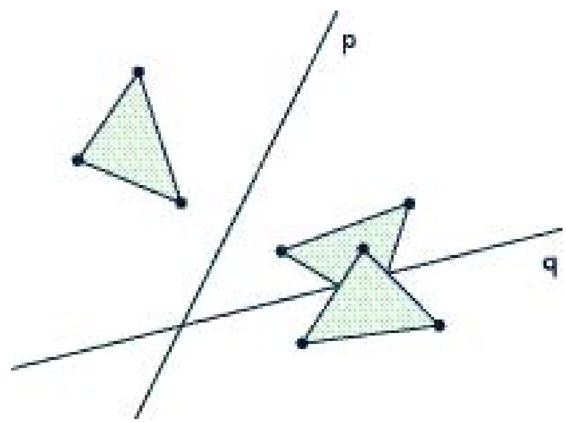


Realiza las reflexiones mencionadas empleando la herramienta SIMETRÍA AXIAL.

A continuación aparece lo que debiste obtener al realizar la reflexión del triángulo respecto del eje p.



Después de la reflexión del segundo triángulo con respecto al eje q se obtiene lo siguiente.



El triángulo que se encima es el resultado de las dos reflexiones sucesivas con respecto a los ejes que se intersectan. El mismo resultado se obtiene si el triángulo de la izquierda se rota tomando como centro el punto de intersección de p y q. ¿De cuántos grados es el ángulo de rotación?

Para localizar el ángulo de rotación elige uno de los vértices del triángulo de la izquierda y asígnale una letra; después, en el tercer triángulo –el que se encima– localiza el vértice que corresponde al que etiquetaste y asígnale la misma letra, pero agrégale un apóstrofo. A partir de estos puntos, traza dos segmentos que se unan en el punto de intersección de los ejes p y q; ambos segmentos determinan el ángulo de rotación.

Ahora, si mides el ángulo agudo formado por p y q, ¿cuántos grados te dará?

¿Qué relación tiene este último ángulo agudo con el ángulo de rotación?

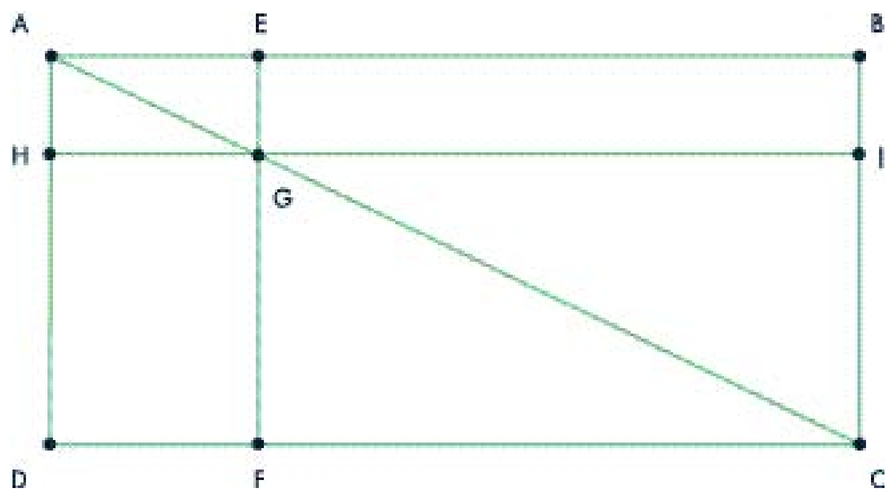
Descomposición de un rectángulo en áreas iguales

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Descomponer un rectángulo de tal forma que tenga rectángulos de áreas iguales.

La siguiente figura muestra un rectángulo partido en cuatro rectángulos.



G es cualquier punto de la diagonal

Reproduce el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

Al mover G sobre la diagonal AC, ¿qué ocurre con las áreas de los rectángulos HGFD y EBIG?

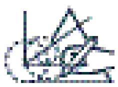
Construcción de un paralelogramo a partir de un triángulo

Descomposición de figuras…

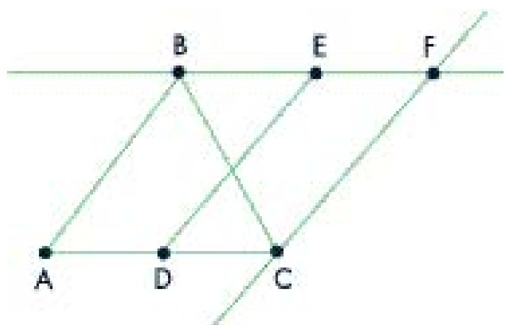
Nombre ______________________ Edad __________

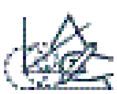
Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Dado un triángulo cualquiera, construir un paralelogramo que tenga la misma área.

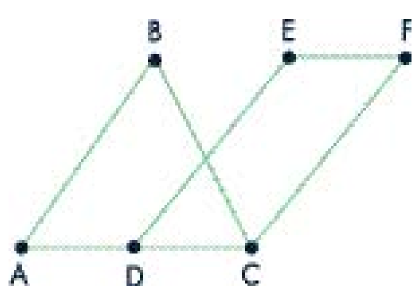


Traza un triángulo ABC y elige un vértice, por ejemplo B; por este vértice debe pasar una paralela al lado AC. Localiza el punto medio de AC y llámale D; ahora, elige un punto cualquiera E sobre la paralela que trazaste por B y completa el paralelogramo de lados ED y DC. Debes obtener lo siguiente.





Traza el segmento EF y el segmento CF. Oculta los trazos auxiliares dejando solamente el triángulo y el paralelogramo.



Calcula y anota el área del triángulo ABC.

Calcula y anota el área del paralelogramo DEFC.

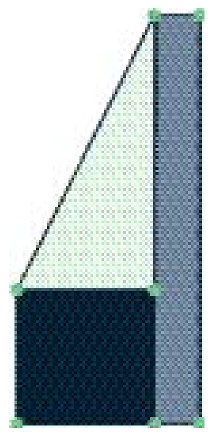
¿Cómo son entre sí las áreas del triángulo ABC y del paralelogramo DEFC?

Resolución de problemas de áreas de figuras conocidas

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Solucionar problemas de áreas que impliquen figuras conocidas.

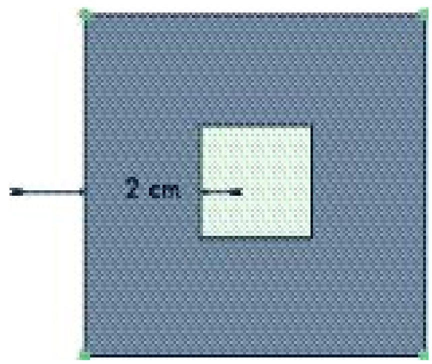


La figura está constituida por un cuadrado, un rectángulo y un triángulo; si sabemos que el área de cada una de las tres partes es la misma y el lado del cuadrado mide 15 cm, ¿cuánto miden el largo y el ancho del rectángulo?

¿Cómo puedes verificar tu respuesta ? Descríbelo a continuación.

Reconstruye la figura anterior; comienza por el cuadrado y toma en cuenta que las áreas del cuadrado, el triángulo y el rectángulo son las mismas.

¿Qué ocurre si arrastras uno de los vértices del cuadrado?



En el dibujo, el cuadrado mayor tiene una superficie de 240 cm^2 ¿Cuánto mide la región sombreada?

¿Cómo verificarías que tu respuesta es correcta? Descríbelo a continuación.

Posiciones relativas de las rectas en el plano

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Obtener todos los casos de tres rectas en el plano.

Traza tres rectas cualesquiera en el plano.

¿En cuántas partes dividen al plano? Una de las partes se parece a una figura conocida. ¿Cuál es?

Ahora gira una de las rectas. ¿Qué ocurre?

¿De cuántas maneras distintas podrían trazarse tres rectas distintas en el plano sin que dos de ellas se encimen?

Dibuja en el espacio siguiente cada una de estas posibilidades.

¿Podrías obtener todas las posibilidades que mencionaste girando como máximo dos de las rectas dadas, primero una y después la otra? Compruébalo.

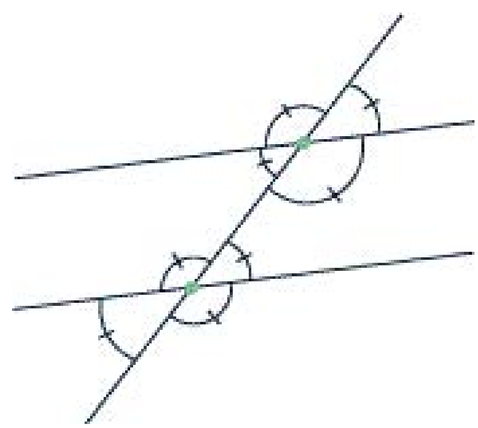
Relaciones de los ángulos entre paralelas

Nombre ____________________ Edad __________

Escuela ____________________ Fecha __________

Propósito: Obtener las relaciones entre los ángulos que se producen al cortar dos rectas paralelas con una transversal.

La siguiente figura muestra los ocho ángulos que se forman cuando una transversal corta dos paralelas.



Reproduce el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

Obtén la medida de los ocho ángulos.

¿Cuántos valores distintos encontraste?

Señala en el dibujo los ángulos alternos internos. ¿Cuántos pares hay de ellos?

Señala en el dibujo los ángulos alternos externos. ¿Cuántos pares hay de ellos?

Señala en el dibujo los ángulos correspondientes. ¿Cuántos pares hay de ellos?

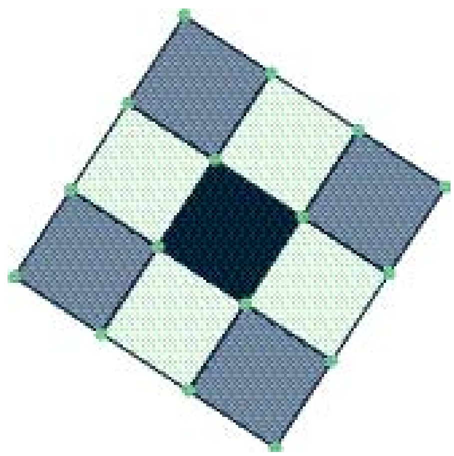
R ecubrimiento del plano con polígonos regulares

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Descubrir con qué polígonos regulares se cubre un plano.

Seguramente has observado pisos que están recubiertos por polígonos regulares. Sin embargo, combinando éstos forman otros que no son regulares. ¿A qué se debe esto?



En la figura anterior, primero se trazó el cuadrado del centro, y utilizando el comando SIMETRÍA AXIAL se construyeron los que parten de los lados del cuadrado central; con el mismo comando y usando ahora estos últimos cuadrados como base, se trazaron los cuadrados que coinciden con los vértices del cuadrado central. ¿Podrías construir nuevos cuadrados utilizando dicho comando? Si tu respuesta fue afirmativa, hazlo y verifica la figura arrastrando cualquier vértice del cuadrado inicial.

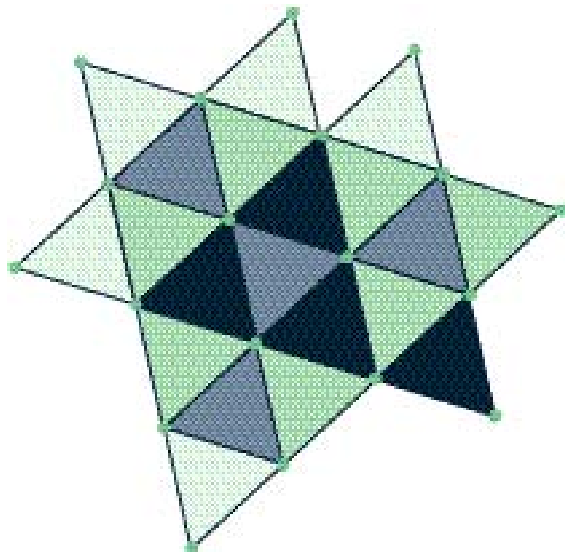
Si te ubicas en cualquier vértice del cuadrado central, ¿cuántos cuadrados concurren en dicho vértice? ____________

¿Cuánto mide el ángulo de cada cuadrado en ese vértice? ____________

Entonces, ¿cuál es el resultado de la suma de los ángulos de los cuadrados que concurren en el vértice donde te ubicaste? ____________

Por tal motivo, llenan completamente la parte del plano alrededor del vértice elegido.

Veamos lo que ocurriría, si el polígono regular elegido fuera un triángulo equilátero.



En este nuevo dibujo, el triángulo equilátero de en medio fue el principio de toda la figura. Primero se trazaron todos los triángulos sin rellenar y posteriormente se les asignó en la pantalla un color para distinguirlos. ¿Podrías agregar más triángulos equiláteros a la figura anterior? Si tu respuesta fue afirmativa hazlo y verifica la figura arrastrando cualquier vértice del triángulo equilátero inicial.

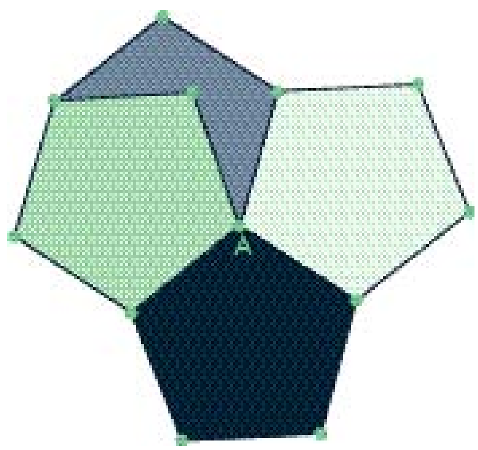
Ahora elige un vértice de un triángulo equilátero que esté rodeado de triángulos equiláteros de diferentes colores. ¿Cuántos triángulos equiláteros concurren allí? ____________________

¿Cuánto mide el ángulo interior de cualquier triángulo equilátero? ____________________

¿Cuál es el resultado de la suma de los ángulos interiores de los triángulos equiláteros que concurren en el vértice elegido? ____________________

Por ello, alrededor del vértice elegido los triángulos equiláteros llenan completamente al plano sin encimarse.

Hasta ahora, parece que cualquier polígono regular que se elija llenará el plano alrededor de un punto sin encimarse, pero veamos que sucede si elegimos un pentágono regular.



En el dibujo, el pentágono regular inicial fue el de abajo, donde un vértice es el punto A; alrededor de A se construyeron pentágonos regulares, utilizando el comando SIMETRÍA AXIAL y como consecuencia el cuarto pentágono regular que construimos se encimó sobre el primero. ¿Podrías explicar por qué?

Si construimos polígonos regulares de seis, siete, ocho, nueve y diez lados, respectivamente, ¿con cuáles se llena completamente el plano alrededor de un vértice sin que los polígonos se encimen?

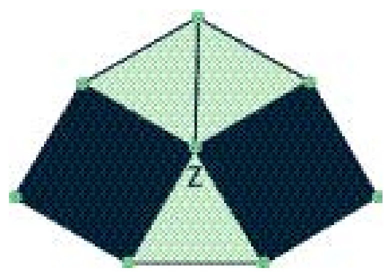
Describe lo ocurrido para cada caso.

Recubrimiento del plano con combinaciones de polígonos regulares

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Cubrir el plano combinando polígonos regulares.



En el dibujo, el espacio que está alrededor del punto Z se llenó completamente con triángulos equiláteros y cuadrados, sin que ninguno de ellos se encimara. Construye la figura anterior y describe cómo la hiciste.

Observa que en este caso se usaron dos tipos de polígonos regulares para llenar el espacio alrededor del punto Z. ¿Consideras que ésta es la única manera de acomodarlos? ¿Podrías proponer otro acomodo?, ¿cómo?

¿Qué otras combinaciones, distintas a la anterior, son posibles? (de manera que alrededor de un vértice se llene completamente el plano sin que los polígonos regulares se encimen).

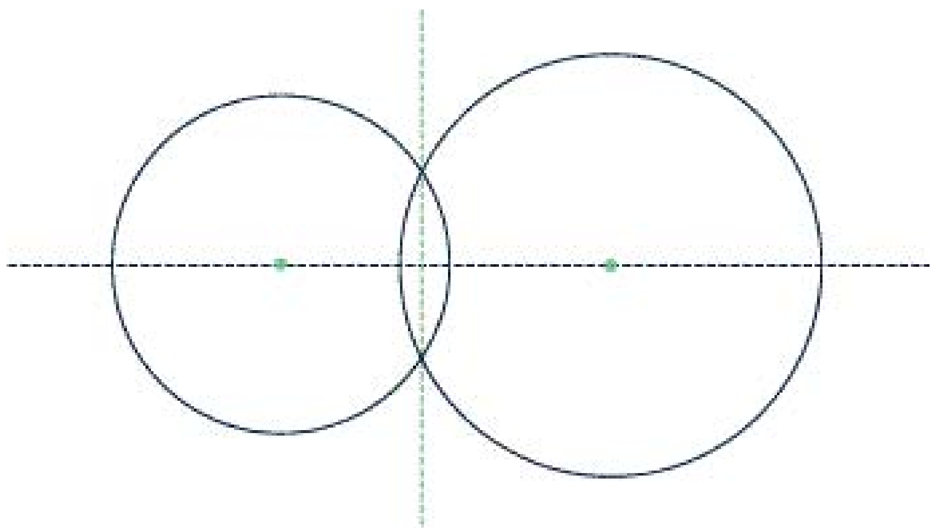
Discute tu propuesta con tus compañeros y recuerda que los polígonos regulares que se combinan tienen lados iguales. Verifica cada una de las combinaciones que se propongan.

Construcción de la perpendicular de una recta

Nombre ____________________ Edad __________

Escuela ____________________ Fecha __________

Propósito: Construir la perpendicular de una recta dada sin utilizar el comando que ofrece el programa.



Traza dos circunferencias de distinto radio que se intersecten. A continuación, traza una recta que pase por los centros de las dos circunferencias, y una recta que pase por los puntos de intersección de ambas.

¿Qué ángulo forman entre sí las dos rectas trazadas anteriormente?
Al arrastrar alguna de las dos circunferencias, ¿qué ocurre con el ángulo?

Dada una recta m y un punto fuera de ella, que designamos por F, ¿cómo podríamos construir una perpendicular a m que pase por F?
Para responder esta pregunta realiza un dibujo donde ubiques m y F, indica los pasos que seguiste para construir la perpendicular solicitada.

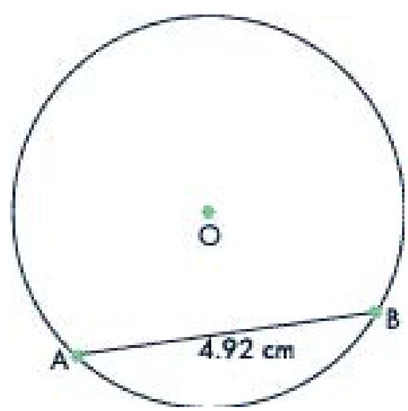
Construcción del diámetro de un círculo

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Identificar el diámetro como la cuerda de mayor longitud en un círculo y como la cuerda en la que tres puntos son colineales (el centro del círculo y los dos extremos).

La siguiente figura muestra un círculo con una cuerda.



Reproduce el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

Mueve el punto A (o si prefieres el punto B) sobre la circunferencia hasta que los puntos A, O y B resulten colineales; anota esa medida. En este caso, ¿qué nombre recibe la cuerda que tiene la medida anotada?

¿Cómo trazarías un diámetro de manera que al mover uno de sus extremos siga siendo diámetro? Descríbelo e ilústralo a continuación.

Tercer grado

Triángulo: su área y sus alturas

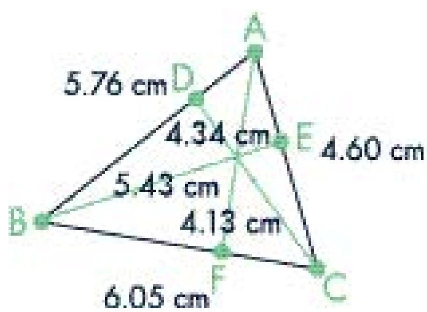
Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Comprobar que el área de un triángulo sigue siendo la misma, sin importar qué lado se elija como base.

Escribe lo que entiendas por altura de un triángulo y haz un dibujo para ilustrarlo.

En la siguiente figura están las tres alturas de un triángulo.



Base AB Altura CD
Área 12.49 cm²

Base BC Altura AF
Área 12.49 cm²

Base AC Altura BE
Área 12.49 cm²

Reproduce el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

¿Cómo se llama el punto de intersección de las tres alturas?

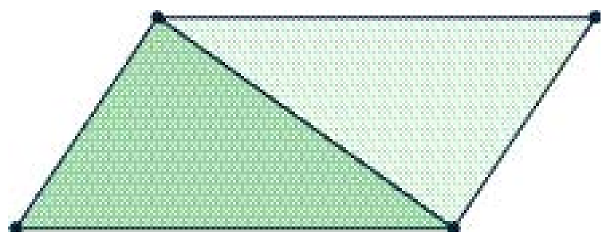
Arrastra cualquier vértice del triángulo ABC y describe lo ocurrido.

La diagonal de un paralelogramo . . Triángulos y cuadriláteros

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Verificar, mediante la rotación, que la diagonal de un paralelogramo divide a éste en dos triángulos congruentes.



La figura muestra una diagonal que divide al paralelogramo en dos triángulos. ¿Cómo son entre sí estos triángulos?

Comprueba tu respuesta colocando uno de los triángulos sobre el otro para ver si todas sus partes coinciden. Puedes utilizar algunas de las transformaciones siguientes: traslación, rotación o reflexión.

¿Habrá una rotación que haga coincidir uno de los triángulos sobre el otro? En primer término habrá que determinar el centro de la rotación, así como el valor del ángulo para efectuar la rotación.
¿Cuál sería este centro y este ángulo?

Para responder, considera el punto medio de la diagonal trazada como centro de la rotación.

¿Qué ángulo (utilizando EDICIÓN NUMÉRICA) hace posible que al rotarse el triángulo se encime en el otro?

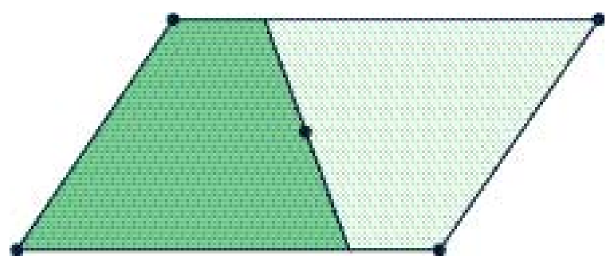
Hazlo y describe lo sucedido.

El centro del paralelogramo

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Verificar que cualquier segmento que pasa por el centro de un paralelogramo lo divide en trapecios congruentes.



En el dibujo se tiene un segmento que pasa por el centro del paralelogramo, intersecta dos lados opuestos y divide el paralelogramo en dos trapecios.

¿Cómo son entre sí estos trapecios?

¿Cuál debe ser el centro de rotación y cuál el valor del ángulo de rotación para que uno de los trapecios tape al otro? ¿Cómo se puede verificar que el trapecio que se rotó no es más grande que el otro y que por eso lo tapa?

Si al rotar uno de los trapecios éste tapa al otro, y sucede lo mismo al rotar el trapecio tapado, entonces estaremos seguros de que ambos trapecios son:

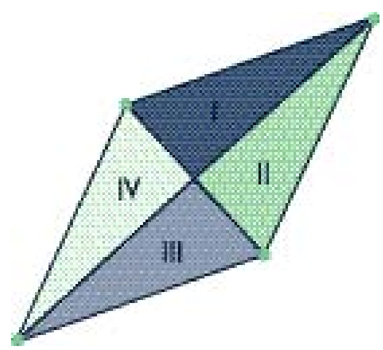
Efectúa las rotaciones mencionadas y describe lo sucedido.

Figuras directa o inversamente congruentes

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Distinguir cuando dos figuras son directamente congruentes o inversamente congruentes.



¿Cómo son entre sí los triángulos formados por las diagonales que atraviesan el rombo de arriba?

Algunos son directamente congruentes, mientras otros son inversamente congruentes.

Si el punto de intersección de las diagonales es el vértice común de los cuatro triángulos, ¿qué valor tiene el ángulo, en este vértice común, en cada uno de los cuatro triángulos?

Por lo tanto, para clasificar los triángulos como directamente o inversamente congruentes, bastará una rotación o una reflexión, respectivamente.

¿Cuáles son los triángulos directamente congruentes?

Demuestra lo anterior utilizando el comando ROTACIÓN y describe lo que pasa.

¿Cuáles son los triángulos inversamente congruentes?

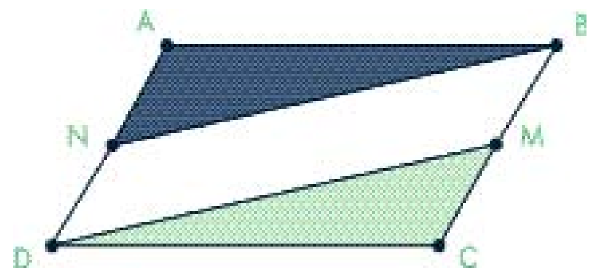
Demuestra lo anterior utilizando el comando REFLEXIÓN y describe lo que pasa.

Cómo verificar la congruencia de las figuras

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Utilizar la traslación y la rotación para verificar la congruencia entre dos figuras.



En el dibujo aparece el paralelogramo ABCD y los puntos medios de los lados opuestos, a saber, de BC y AD. ¿Cómo son entre sí los triángulos ABN y CDM?

¿Existirá una rotación que encime a un triángulo sobre el otro?

¿Qué punto podría ser el centro y cuál el valor del ángulo?

Para colocar un triángulo sobre otro, también podría efectuarse una traslación y después una rotación (o al revés); en esta situación habría que indicar con un vector la dirección de la traslación.

¿Podrías señalar en el dibujo dicho vector?

Luego, tendrías que elegir un punto como centro y el valor del ángulo para dicha rotación. ¿Cuáles serían?

Intenta hacerlo con ambos mecanismos y describe lo sucedido.

Construcción de un papalote

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Proponer una manera para construir un papalote.

Describe qué es un papalote y dibuja uno.

El segmento PQ es el lado de un papalote (o cometa). Constrúyelo

¿Cómo verificarías que tu construcción es correcta?

¿Podrías construir un papalote dadas sus diagonales?
¿Qué características deben cumplir dichas diagonales?

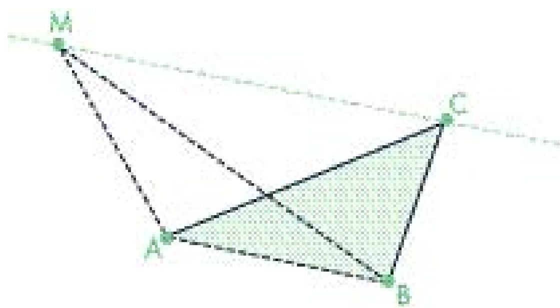
Podrías dar una nueva definición de papalote? Escríbela.

Problemas de variación a través de figuras geométricas familiares

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Resolver problemas de variación empleando figuras familiares y nuevas propiedades.



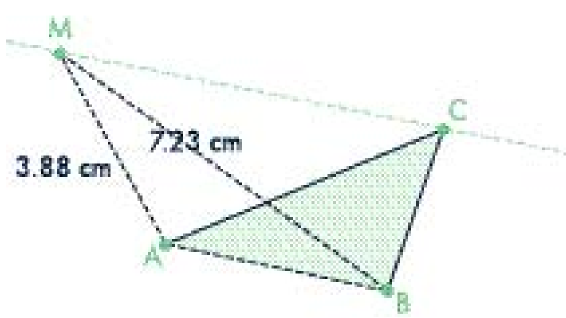
área del triángulo ABC = 6.00 cm²

En el dibujo de arriba se trazó el triángulo ABC y luego, por el vértice C, se trazó la paralela del lado AB; después se eligió un punto sobre esta paralela, al que se llamó M, y a partir de este punto se construyó el triángulo MAB. ¿Cuál es el área de este último triángulo? ______________________

Si arrastras el punto M sobre la paralela mencionada, ¿qué le sucede al área? ______________________

Sin embargo, ¿qué ocurre con la suma AM + MB? ______________________

____



	AM	MB	AM+MB	área AMB
	3.88 cm	7.23 cm	11.11 cm	6.00 cm

área del triángulo ABC = 6.00 cm²

Al primer dibujo se agregaron las longitudes AM y MB, así como la tabla del extremo superior derecho donde se muestra la longitud de AM, la de MB, después la suma de AM y MB, y finalmente, el área del triángulo AMB.

Arrastra el punto M sobre la paralela de AB que pasa por C y describe lo que le ocurre a los números de la tabla.

Habrás observado que la suma AM + MB cambia o varía, sin embargo, el área del triángulo AMB no cambia, es decir, se mantiene constante e igual a 6 cm^2 para todas las posiciones del punto M, sobre la paralela de AB que pasa por C. En este caso, AM + MB tiene un valor mínimo, ¿cuál es? Cuando esto ocurre, ¿cómo son AM y MB? Descríbelo a continuación.

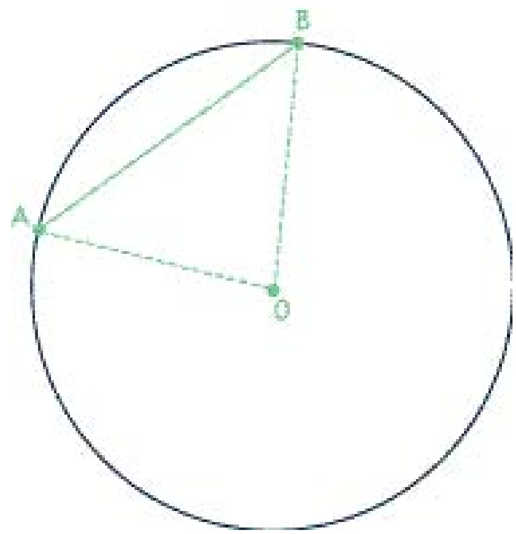
De todos los triángulos que tienen la misma área, ¿cuál es el que tiene el menor perímetro?

Radios

Nombre ______ Edad ______

Escuela ______ Fecha ______

Propósito: Descubrir propiedades de la circunferencia.



Elige dos puntos, A y B, sobre una circunferencia de centro O.

El triángulo AOB, ¿tiene alguna característica particular?
¿Cuál es?

Ahora, si desplazas el punto B sobre la circunferencia, ¿qué ocurre con el triángulo AOB?

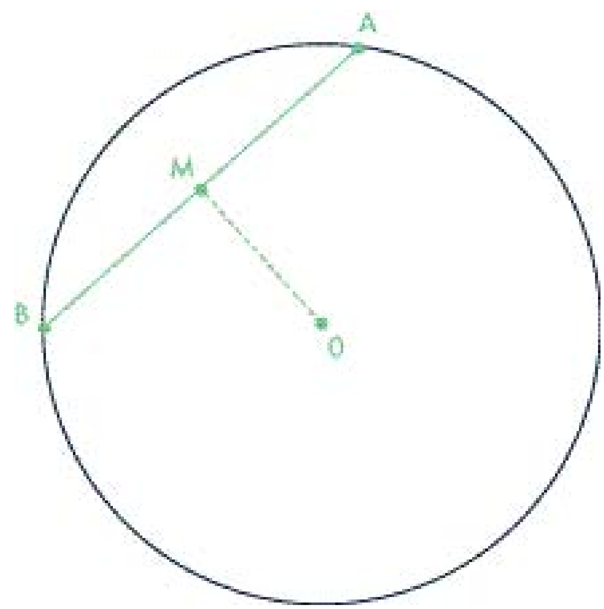
Si desde O trazas la perpendicular a la cuerda AB, ésta intersecta a la cuerda en un punto dado al que se llamará L. Al mover B o A sobre la circunferencia, ¿qué relación se tiene entre las longitudes de AL y LB?

Cuerdas

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Descubrir propiedades de las cuerdas en la circunferencia.



Sobre una circunferencia de centro O elige dos puntos A y B; traza la cuerda que los une y encuentra su punto medio M. Une por medio de un segmento (trazo punteado) M y O.

¿Cuánto mide el ángulo AMO? ______________________

Ahora desplaza al punto A sobre la circunferencia. ¿Cambia el ángulo AMO? ¿A qué atribuyes lo anterior? ______________________

Traza el punto diametralmente opuesto a B y llámalo B'. BB' es un diámetro de la circunferencia. Si trazas el segmento B'A, ¿qué posición guarda respecto del segmento OM?

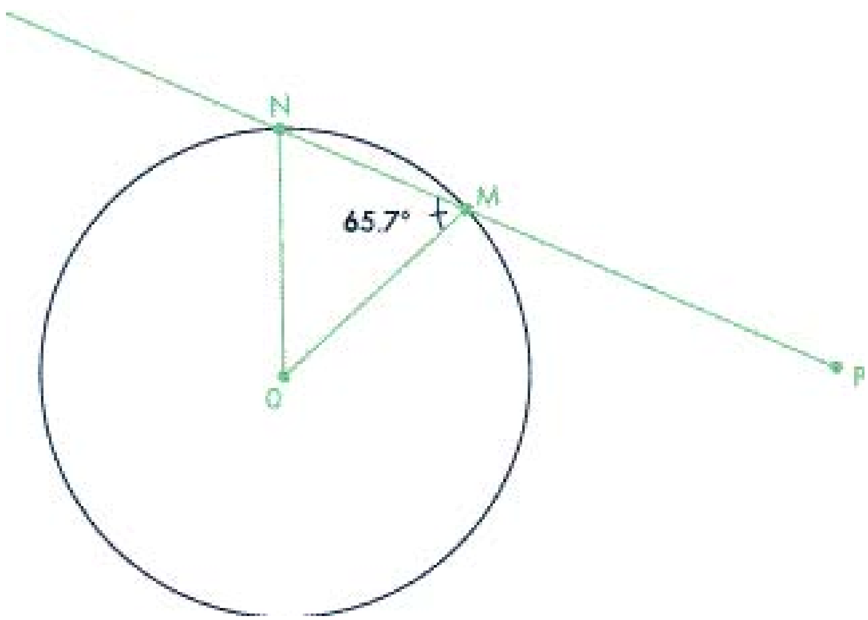
Desplaza el punto A sobre la circunferencia. ¿Sigue manteniéndose la propiedad entre B'A y OM?

Tangentes

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Descubrir qué propiedades caracterizan a la recta tangente de la circunferencia.



P es un punto exterior a la circunferencia, desde el cual se traza un rayo que la intersecta en dos puntos: M y N.
¿Qué particularidad tiene el triángulo OMN?

¿Cómo son los ángulos OMN y ONM?

¿Cómo se llama la semirrecta PM (o PN) con respecto a la circunferencia?

Al mover la semirrecta PM, ¿qué le ocurre al ángulo OMN?

¿Qué valor toma el ángulo OMN si M coincide con N?

En este caso, ¿cómo se le llama a la semirrecta PM?

¿Y al triángulo OMP?

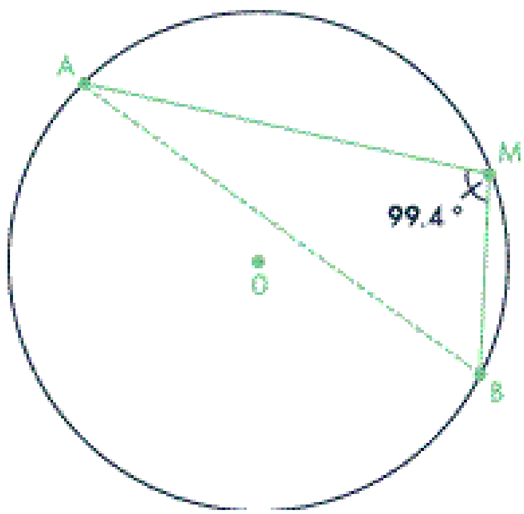
Escribe los pasos a seguir para trazar la tangente desde un punto P exterior a una circunferencia dada.

Ángulos inscritos en una circunferencia

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Descubrir las propiedades de los ángulos inscritos en la circunferencia.



En la circunferencia de centro O los puntos A y B determinan una cuerda (trazo punteado). Cuando M se mueve sobre uno de los dos arcos determinados por la cuerda, ¿cómo son los ángulos para dos posiciones de M sobre uno de estos arcos? ______________________

Sin embargo, si se comparan los ángulos para dos posiciones de M, una en un arco y la otra en el otro arco, ¿cómo son los ángulos correspondientes?

____

____

Ahora, si AB es un diámetro, ¿cómo son los ángulos para dos posiciones de M sobre cada uno de los arcos?

____

____

____

____

Con base en lo anterior, ¿qué podrías conjeturar sobre un cuadrilátero cuyos vértices están sobre una misma circunferencia?

Ahora al revés: si los ángulos opuestos de un cuadrilátero suman 180 grados, ¿los cuatro vértices del cuadrilátero estarán siempre sobre una misma circunferencia?

Si tu respuesta es afirmativa, explica por qué sucede esto.

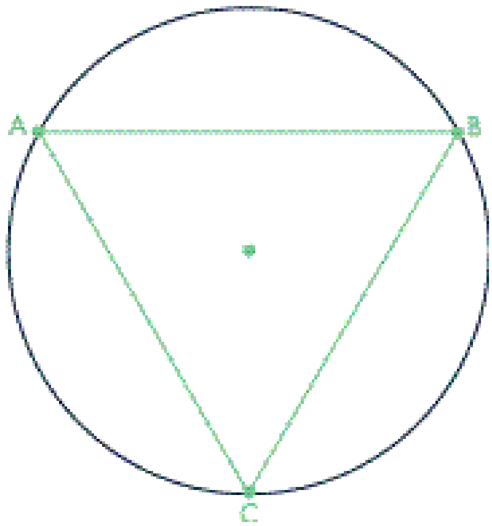
¿Qué cuadriláteros conoces cuyos vértices están sobre una misma circunferencia?

Suma de los ángulos de un triángulo inscrito en una circunferencia

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Verificar que la suma de los ángulos interiores en cualquier triángulo, inscrito en una circunferencia, es de 180 grados.



Dada una circunferencia, considera sobre ella los puntos A, B, C, cualesquiera y luego traza el triángulo ABC.

Mide los ángulos interiores del triángulo ABC y realiza la siguiente operación: ángulo A + ángulo B + ángulo C = ______________________

Ahora, arrastra uno de los vértices del triángulo sobre dicha circunferencia. ¿Qué ocurre con la medida de los tres ángulos calculada previamente?

____

¿Qué ocurre con la suma de los tres ángulos obtenida previamente?

____

Esto es: ángulo A + ángulo B + ángulo C = ______

Si mueves o arrastras la circunferencia, ¿qué le pasa a las medidas de los ángulos interiores del triángulo? ______

Por lo tanto: ángulo A + ángulo B + ángulo C = ______

Finalmente, ¿podrías enunciar la propiedad que tiene todo triángulo cuyos vértices están sobre una misma circunferencia? Hazlo.

El trazo de la circunferencia que pasa por tres puntos no colineales

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Reafirmar los conocimientos relativos a la mediatriz para trazar un círculo que pase por tres puntos no colineales.
Ejemplificar la construcción de una macro en el programa.

La siguiente figura muestra tres puntos no colineales.

Reproduce el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

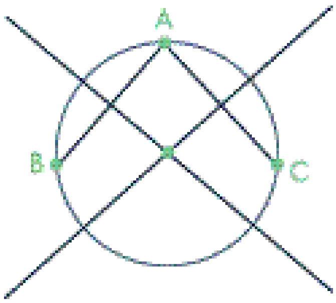
Los tres puntos dados determinan un triángulo; para trazar una circunferencia que pase por esos tres puntos deberíamos localizar un punto que equidiste de A, B y C. Este punto será el centro de la circunferencia.

Une los puntos por medio de segmentos para construir el triángulo ABC. Traza la mediatriz de dos de los lados; puedes elegir, por ejemplo, el lado AB y el lado AC.

Mide la distancia del punto de intersección a cada uno de los vértices del triángulo ABC. ¿Cómo es esa distancia? ________________

¿Podemos ahora trazar la circunferencia? ________________ Hazlo.

En el programa tenemos la oportunidad de crear una macro, es decir, de establecer un comando que permita realizar de una sola vez varias acciones para obtener algún dibujo y utilizarlo en el momento en que lo necesitemos.



Para crear una macro, activa el comando MACROS X→ . Como objetos iniciales señala primero cada uno de los tres puntos; señala después, como objeto final, la circunferencia; finalmente asígnale un nombre a la macro, por ejemplo, circunferencia por tres puntos dados.

Abre una nueva hoja. Dibuja tres puntos no colineales. Activa tu macro y señala cada uno de los puntos, ¿qué ocurre? Descríbelo a continuación.

____

____

____

¿Qué pasaría si los tres puntos fueran colineales? Escribe tu respuesta.

____

____

____

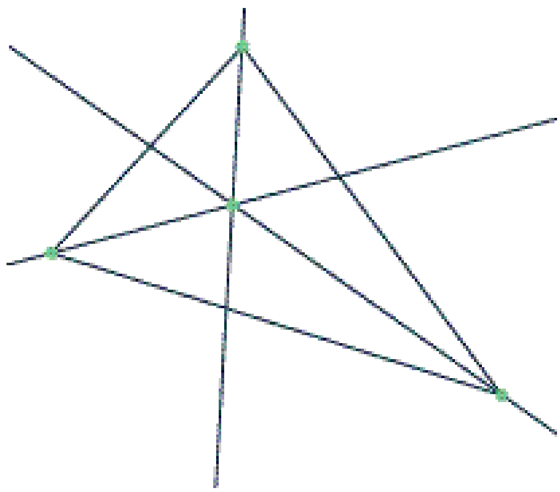
Trazar el incírculo de un triángulo

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Reafirmar los conocimientos relativos a la bisectriz para trazar el incírculo de un triángulo dado.

La siguiente figura muestra un triángulo con sus tres bisectrices.



Reproduce el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

¿Cuál es la distancia más corta entre el punto de intersección y uno de los lados del triángulo?

Tomando la medida anterior como radio, dibuja una circunferencia con centro en la intersección de las bisectrices.

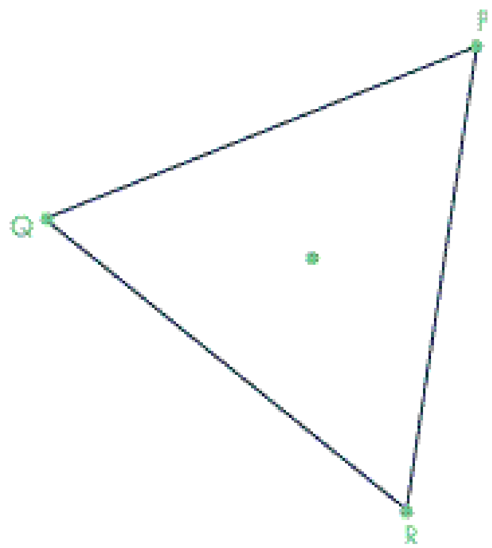
Mueve uno de los vértices del triángulo, ¿la circunferencia que trazaste sigue siendo tangente a los lados del triángulo ABC? ¿Qué nombre recibe esta circunferencia o círculo?

Idea de triángulos semejantes

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Descubrir, a partir de los triángulos equiláteros, los triángulos semejantes.



Con la opción POLÍGONO REGULAR construye un triángulo equilátero PQR.

Ahora, mide cada uno de los ángulos en los vértices P, Q, R. ¿Cuánto mide cada uno?

Si arrastras el vértice P, ¿qué le ocurre al triángulo?

¿La medida de los ángulos cambia o se mantiene?

Anota las conclusiones a las que te lleva lo que has realizado.

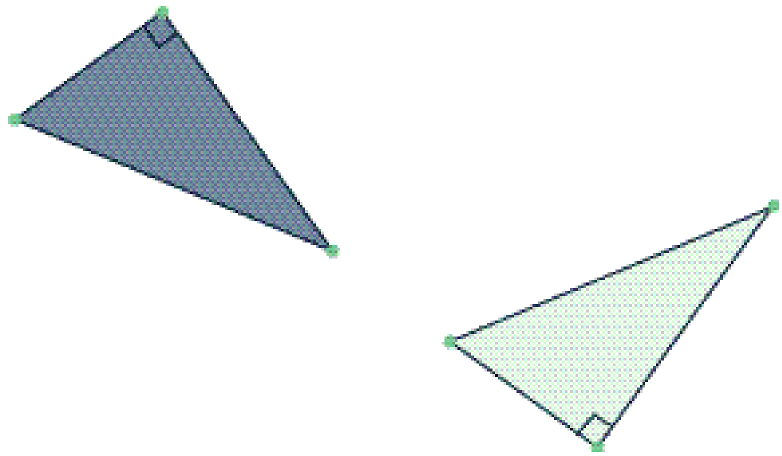
Finalmente explica qué se mantiene y qué cambia en todos los triángulos equiláteros anteriores.

Traslación, rotación y reflexión

Nombre ______________________ Edad ________

Escuela ______________________ Fecha ________

Propósito: Deducir que para figuras inversamente congruentes no basta con la traslación y rotación para hacerlas coincidir totalmente, sino que es necesario también usar la reflexión sobre un eje o una recta.



¿Cómo son entre sí los triángulos de arriba? ______________________

Para verificar que ambos coinciden, debemos trasladar alguno de los dos, de modo que uno de sus vértices coincida exactamente. Si llevamos a cabo una rotación con centro en el vértice común y un ángulo de rotación adecuado (o conveniente), se puede lograr que al menos en un lado se encimen, y posiblemente uno tapará al otro. Recuerda que el vector para hacer la traslación debe ir de uno de los vértices elegidos en un triángulo al vértice que sustente al mismo ángulo pero en el otro triángulo.

Realiza la traslación y después la rotación, y describe lo sucedido.

Como pudiste comprobar, con la traslación y luego la rotación no fue posible que uno de los triángulos tapara al otro; esto se debe a que estos triángulos son inversamente congruentes; sin embargo, si después de la traslación y la rotación practicas una reflexión con base en el lado común, resultará que uno de los triángulos, ahora sí, tapa al otro. Realiza la reflexión y describe lo ocurrido.

Finalmente, para verificar que los triángulos efectivamente coinciden, debes cubrir el triángulo que moviste con el que no moviste, utilizando traslación, rotación y reflexión, sucesivamente.

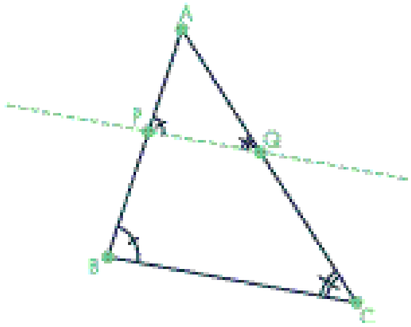
Si únicamente necesitas traslación y rotación para que un triángulo tape al otro, los triángulos serán directamente congruentes; si además de los movimientos anteriores debes utilizar la reflexión, se tratará de triángulos inversamente congruentes.

Teorema de Tales

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Presentar el resultado fundamental de la semejanza, es decir, el teorema de Tales.



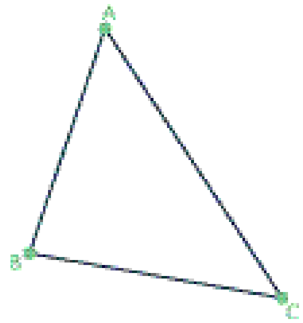
El resultado fundamental de la semejanza se conoce como teorema de Tales y puede enunciarse así: dado cualquier triángulo ABC, si se traza una recta paralela a uno de los lados del triángulo, por ejemplo, la recta PQ paralela al lado BC, ésta intersecta los otros dos lados del triángulo AB y AC en los puntos P y Q, respectivamente; los lados quedan así divididos en segmentos proporcionales, esto es, P divide al lado AB en los segmentos AP y PB, mientras que el punto Q divide al lado AC en los segmentos AQ y QC. Entonces, si dividimos la longitud de AP entre la longitud de PB, este cociente es el mismo que el obtenido al dividir la longitud de AQ entre la longitud de QC.
Como la recta PQ es paralela a BC, verifica (midiendo) que:

$$\frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC}$$

Es decir, los segmentos AP, PB y AQ, QC son proporcionales.

Traza otras rectas paralelas al lado BC y escribe en el espacio qué segmentos son proporcionales.

Traza rectas paralelas a otro de los lados del triángulo ABC y explica en el espacio siguiente qué segmentos son proporcionales.



Ahora, si eliges el punto medio de un lado, por ejemplo del lado AC, y por éste trazas la paralela al lado AB, ¿en qué punto intersectará al lado BC?

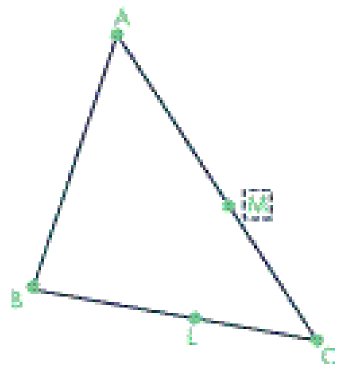
Describe qué ocurre si arrastras con el puntero el vértice C.

Recíproco del teorema de Tales

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Presentar el recíproco del teorema de Tales.

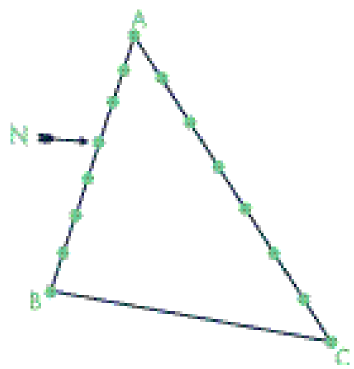


El teorema recíproco del teorema de Tales también es cierto y puede enunciarse así: si sobre dos lados de cualquier triángulo elegimos puntos, por ejemplo, L sobre BC y M sobre AC, de manera que cumplan el enunciado

$$\frac{BL}{LC} = \frac{AM}{MC}$$

entonces al trazar la recta que pasa por los puntos L y M, ésta es paralela a AB.
Mide los segmentos BL, LC y AM, MC, para obtener los cocientes correspondientes.
¿Son iguales? ______________________

Si tu respuesta fue afirmativa, verifica que la recta que pasa por L y M sea paralela al lado AB.

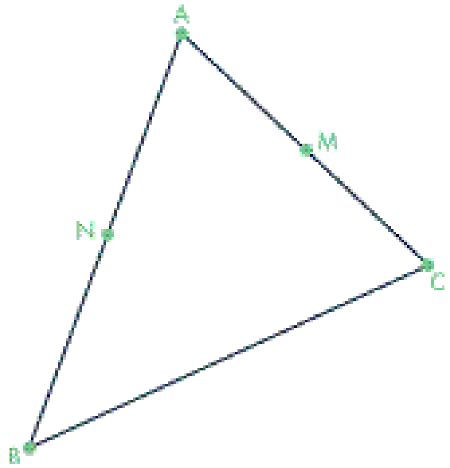


En el dibujo anterior, los lados AB y AC están divididos en siete partes iguales; N es uno de los puntos de división del lado AB, esto es:

$$\frac{AN}{NB} = \underline{\qquad}$$

Localiza sobre AC el punto de división para que el cociente de los segmentos correspondientes sea el mismo que acabamos de obtener. Traza la recta por N y por el punto que elegiste; ¿es paralela al lado BC? ____________

Un caso de particular interés es cuando se eligen los puntos medios de dos lados de cualquier triángulo; veámoslo:



En el triángulo ABC del dibujo, M y N son puntos medios de los lados AC y AB respectivamente. ¿Cuál el cociente de AM entre MC ? ____________
¿Cuál es el cociente de AN entre NB? ____________
¿Qué posición guarda la recta que pasa por los puntos M y N con respecto al lado BC ? ____________
Ahora, localiza el punto medio del lado BC y denótalo por L, ¿qué tipo de cuadrilátero es LCMN? ____________
Por lo tanto:

$$NM = LC = \frac{1}{2} BC$$

Finalmente, si consideras el triángulo cuyos vértices son los puntos medios de los lados de un triángulo dado, ¿cómo son el triángulo dado y el formado con los puntos medios? Escribe a continuación las características que comparten ambos triángulos; no olvides las relaciones entre perímetro y área.

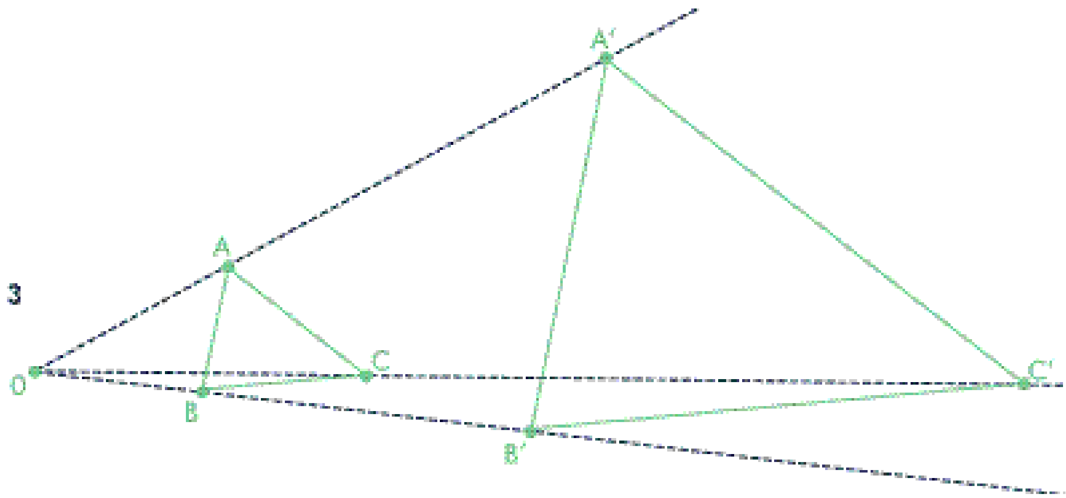
____

La homotecia como aplicación del teorema de Tales

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Utilizar la homotecia como aplicación del teorema de Tales y su recíproco.



Arriba se ilustra la transformación llamada homotecia, mediante la cual se obtuvo el triángulo A’B’C’ a partir del triángulo ABC; en este caso, además del objeto por transformar, se debe establecer un punto O, llamado centro de homotecia, desde el cual se trazan rectas (en nuestro caso con dirección a los vértices del triángulo ABC) sobre el plano del triángulo; finalmente es necesario indicar un número, llamado razón de homotecia (en nuestro caso el 3).

Activa el comando HOMOTECIA y señala el objeto que se va a transformar; luego indica el centro de homotecia y al final señala la razón de homotecia (este número se escribe utilizando el comando de EDICIÓN NUMÉRICA).

Mide los segmentos OA y OA′; ¿qué relación tienen entre sí? ______

______

Ahora mide los segmentos OB y OB′; ¿qué puedes decir de su cociente? ______

______

Finalmente, mide los segmentos OC y OC′; ¿cuál es la razón entre ellos? ______

______

Arrastra uno de los vértices del triángulo ABC. ¿Qué ocurre? Descríbelo. ______

______

______

______

¿Qué posición guardan los lados AB y A′B′? ______

¿Qué posición guardan los lados BC y B′C′? ______

¿Y los lados CA y C′A′? ______

Si mides los lados de los triángulos ABC y A′B′C′ y divides entre sí las medidas de los lados correspondientes del triángulo A′B′C′ al triángulo ABC obtienes:

$$\frac{A'B'}{AB} = \_\_\_\_ ; \quad \frac{B'C'}{BC} = \_\_\_\_ ; \quad \frac{C'A'}{CA} = \_\_\_\_ ;$$

¿Cómo son los ángulos ABC y A′B′C′ ? ______

¿Y los ángulos BCA y B′C′A′? ______

¿Y los ángulos que faltan en cada triángulo? ______

También aparecen otros ángulos; ¿podrías decir cuáles son? ______

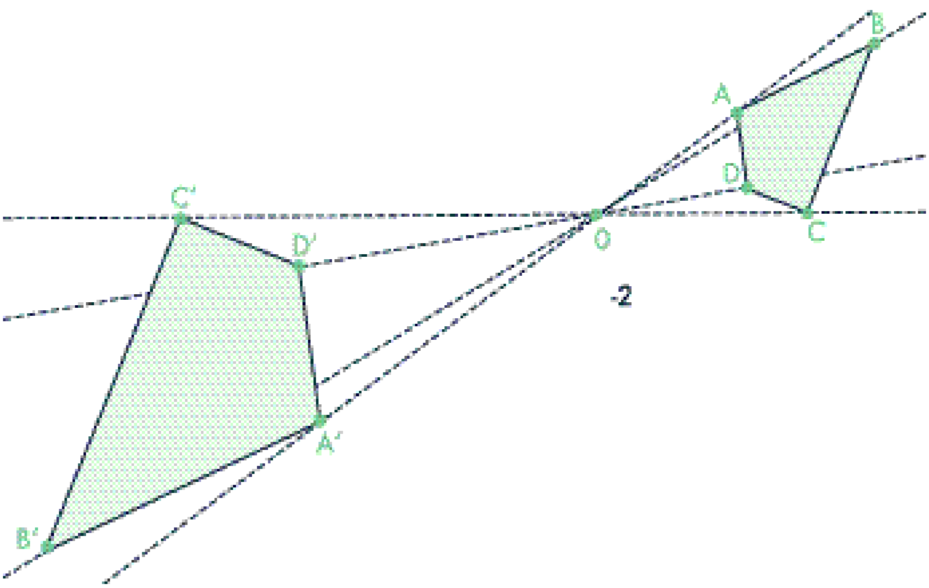
______

______

Si comparamos las áreas del triángulo A'B'C' con las del triángulo ABC, ¿cuál es el cociente o razón entre ellas?

¿Qué relación tiene el cociente obtenido con la razón de homotecia?

El dibujo ilustra la homotecia del cuadrilátero ABCD, con centro de homotecia O y razón de homotecia –2.



Explica lo que observas.

Arrastra uno de los vértices del cuadrilátero ABCD y describe lo que sucede.

Calcula las áreas de ambos cuadriláteros y encuentra el cociente.

$$\frac{\text{área } A'B'C'D'}{\text{área } ABCD} = \_\_\_\_\_\_\_\_$$

¿Qué relación tiene este cociente con la razón de homotecia?

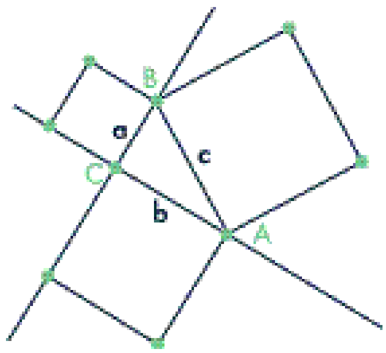
Teorema de Pitágoras

Nombre ______________________ Edad __________

Escuela ______________________ Fecha __________

Propósito: Usar el programa de cómputo para verificar el teorema de Pitágoras.

El teorema de Pitágoras relaciona los tres lados de un triángulo rectángulo; el lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa y los otros se llaman catetos. La siguiente figura muestra un triángulo rectángulo (aun cuando pueda girarse, sigue siendo un triángulo rectángulo) y tres cuadrados, construidos cada uno sobre uno de los lados del triángulo.



Según se indica en la figura, los catetos son $BC = a$ y $CA = b$.
La hipotenusa en este caso es el segmento $AB = c$.

Reproduce el dibujo.

Anota los pasos que seguiste para realizar el ejercicio anterior.

Obtén las medidas de cada uno de los lados del triángulo.

¿Cuánto mide el área de cada cuadrado?

Indica cuál de las siguientes relaciones se cumple.

$a^2 + b^2 = c^2$

$b^2 + c^2 = a^2$

$c^2 + a^2 = b^2$

Arrastra uno de los vértices del triángulo rectángulo ABC. ¿Se sigue cumpliendo la relación anterior?

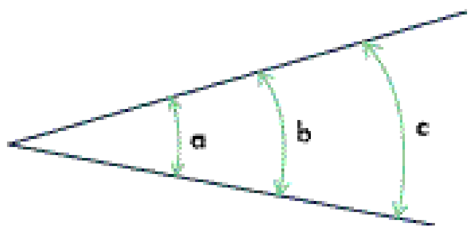
Anexo
Examen para los tres grados

Examen

Nombre ______________________ Edad ____________

Escuela ______________________ Fecha ____________

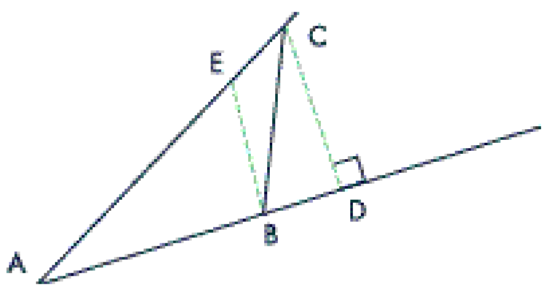
1. En la figura siguiente, compara los ángulos a, b y c, y elige la respuesta correcta.



a) a es mayor que b ***b)*** c es mayor que b ***c)*** a es menor que b
d) El ángulo c = a + b ***e)*** a = b = c

2. ¿Cuál es la altura del triángulo ABC?

a) La distancia entre C y D
b) La distancia entre C y B
c) La distancia entre E y B
d) La distancia entre C y A
e) La distancia entre C y E



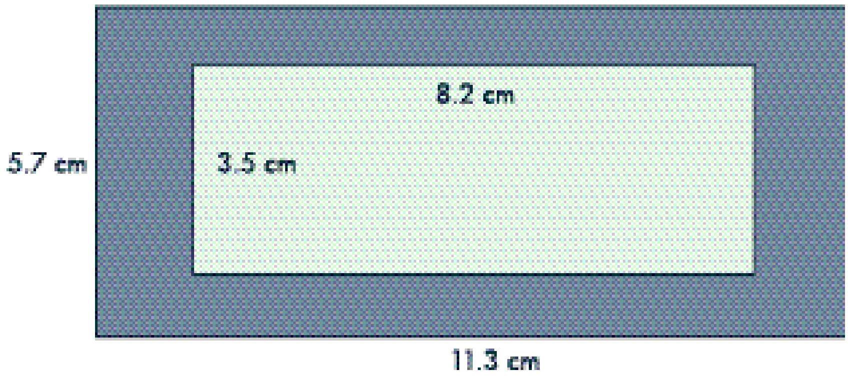
3. ¿Cuál es la medida del ángulo que forman el radio y la tangente a un punto de la circunferencia?

a) 30° ***b)*** 45° ***c)*** 60° ***d)*** 90° ***e)*** 180°

4. ¿Cuál de los siguientes enunciados define al cuadrado?

a) Es una figura de cuatro lados.
b) Es una figura con cuatro ángulos rectos.
c) Es una figura de cuatro lados iguales.
d) Es una figura de cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos.
e) Es una figura de dos pares de lados paralelos.

5. ¿Cuál es el área de la figura sombreada?



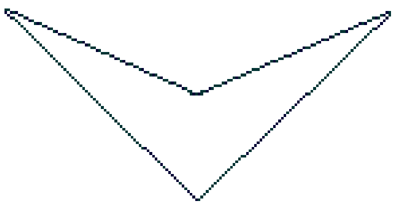
a) 64.41 cm^2 ***b)*** 34 cm ***c)*** 35.71 cm^2 ***d)*** 57.4 cm ***e)*** 28.7 cm^2

6. ¿Cuál es el perímetro de la figura sombreada?

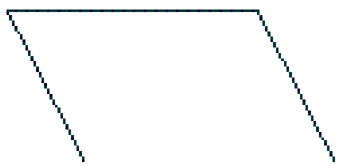
a) 57.4 cm ***b)*** 34 cm ***c)*** 28.7 cm^2 ***d)*** 35.71 cm^2 ***e)*** 23.4 cm

7. ¿Cuál de las siguientes figuras no representa un cuadrilátero?

a)



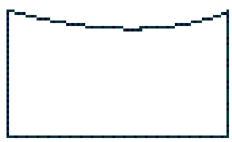
b)



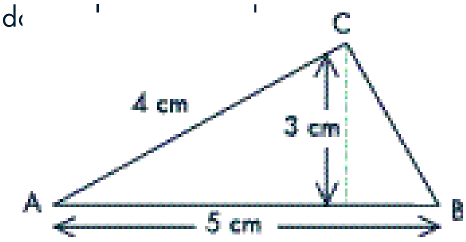
c)

d)

e)



8. Observa el siguiente triángulo ABC e indica el enunciad



a) El área del triángulo es de 20 cm.

b) El área del triángulo es de 6 cm^2.

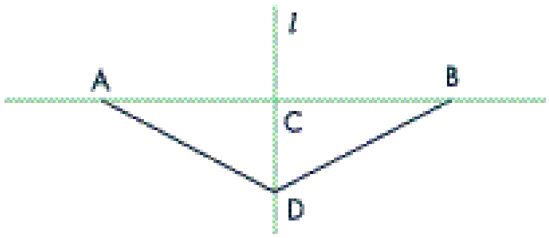
c) El área del triángulo es de 12 cm.

d) El área del triángulo es (5 x 3) / 2 cm^2.

e) El área del triángulo es de 15 cm^2.

9. Observa la siguiente figura y considera lo siguiente:

- El punto C es punto medio del segmento AB.
- La recta *l* es perpendicular al segmento AB.
- D es un punto arbitrario de la recta *l*.



Si continuamos los segmentos DA y DB; qué ocurre.

a) DA es más largo que DB.

b) DA es más corto que DB.

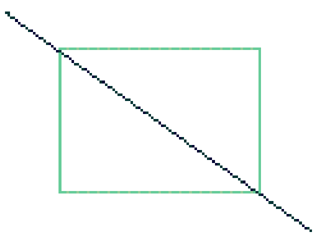
c) DA tiene la misma longitud que DB.

d) Algunas veces DA es más largo que DB (depende de la posición).

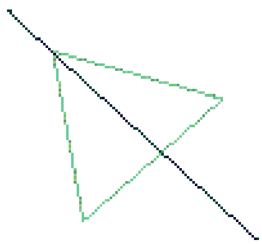
e) Algunas veces AC es más corto que AD.

10. ¿En cuál de las siguentes figuras la línea trazada no es eje de simetría?

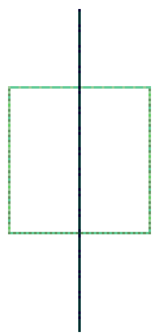
a)

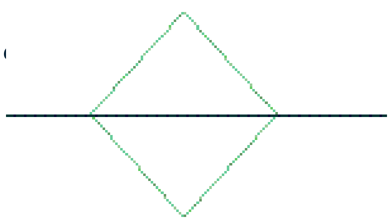


b)



c)

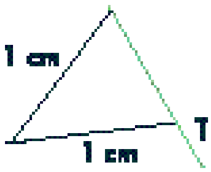




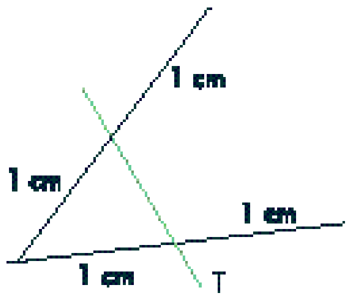
e) En todas las figuras anteriores se ha trazado el eje de simetría.

11. Observa cuidadosamente las figuras siguientes y señala en cuál la línea T es una bisectriz.

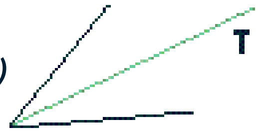
a)



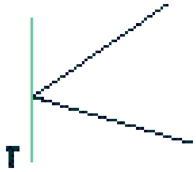
b)



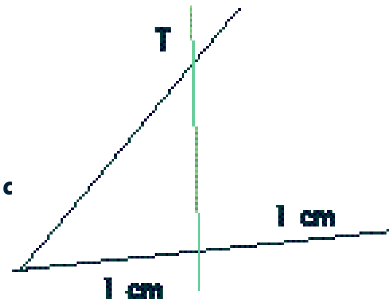
c)



d)

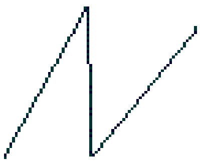


c

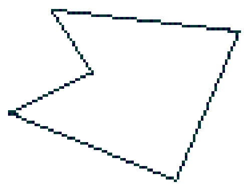


12. ¿A cuál de las siguientes figuras se le puede calcular el perímetro?

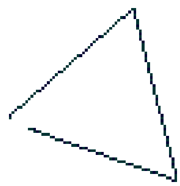
a)



b)

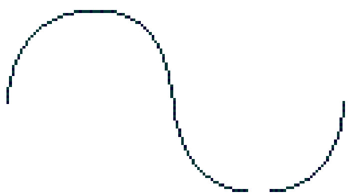


c)



d)

c)



13. ¿Con cuál de las siguientes medidas no es posible construir un triángulo?

a) 3 cm, 3 cm, 3 cm ***b)*** 6 cm, 4 cm, 2 cm ***c)*** 3cm, 4 cm, 5 cm

d) 5 cm, 2cm 6 cm ***e)*** Con todas las opciones se puede construir un triángulo.

Geometría dinámica
Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología
se imprimió por encargo de la
Comisión Nacional de los Libros de Texto Gratuitos
en los talleres de

con domicilio en

el mes de noviembre de 2000.
El tiraje fue de 10 000 ejemplares
más sobrantes de reposición.