



materiales de apoyo a la acción educativa

Apuntes sobre GeoGebra ...con unos toques de mates



GeoGebra
Software Dinámico de Matemáticas

Software libre que interactúa dinámicamente con la matemática y en el que se reúnen geometría, álgebra y cálculo.

www.geogebra.org



GOBIERNO DEL PRINCIPADO DE ASTURIAS

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN Y CIENCIA

Centro del Profesorado y de Recursos de Gijón

Vccsse - Virtual Community
Collaborating Space for Science Education



Título

Apuntes sobre GeoGebra ...con unos toques de matemáticas

Autoría

Belarmino Corte Ramos

Edición

Centro del Profesorado y de Recursos de Gijón

Colección

Materiales de apoyo a la acción educativa

Diseño de portada y galleta

Gráficos

ISBN –13

978-84-691-8076-1

Depósito Legal

AS-6454-2008

Derecho de cita y reseña

2008 Consejería de Educación y Ciencia. Dirección General de Políticas Educativas y Ordenación Académica.

La reproducción de fragmentos de las obras escritas que se emplean en los diferentes documentos de esta publicación se acogen a lo establecido en el artículo 32 (citas y reseñas) del Real Decreto Legislativo 1/1.996, de 12 de abril, modificado por la Ley 23/2006, de 7 de julio, "Cita e ilustración de la enseñanza", puesto que "se trata de obras de naturaleza escrita, sonora o audiovisual que han sido extraídas de documentos ya divulgados por vía comercial o por internet, se hace a título de cita, análisis o comentario crítico, y se utilizan solamente con fines docentes".

Esta publicación tiene fines exclusivamente educativos, se realiza sin ánimo de lucro, y se distribuye gratuitamente a todos los centros educativos del Principado de Asturias.

Queda prohibida la venta de este material a terceros, así como la reproducción total o parcial de sus contenidos sin autorización expresa de los autores y del Copyright.

Todos los derechos reservados.

Introducción

Se trata de facilitar al profesorado el conocimiento adecuado para poder manipular y/o modificar los ejercicios propuestos y adaptarlos a sus necesidades didácticas.

En general, un ejercicio o actividad dirigida al alumnado de este nivel se toma como punto de partida para conocer algunas de las posibilidades del programa **GeoGebra** que, entre otras facilidades, permite generar ficheros **html** a partir de documentos GeoGebra, muy fácilmente

Esta aplicación de software libre, GNU General Public License, ha sido desarrollada por *Markus Hohenwarter*, de la Universidad de Salzburg (Austria). Combina las prestaciones de los programas de geometría dinámica con las de los sistemas de cálculo algebraico. Los objetos de **GeoGebra** se consideran dinámicamente bajo estos dos aspectos – representación gráfica y definición analítica.

La última versión estable –**GeoGebra 3.RC1 (Release Candidate)**, del 9 de agosto de 2007- se puede descargar desde el sitio web del programa:

<http://www.geogebra.org>

Conviene utilizar, siempre que sea posible, las versiones WebStar disponibles en la página anterior (**WebStar-TeleInicio**) que aseguran la utilización de la última versión estable.

Conviene aclarar que no estamos ante un curso sobre **GeoGebra**, así que no agotaremos las posibilidades del programa. Trataremos de incidir sobre aquellos aspectos que permitan modificar y/o generar ejercicios similares a los presentados.

Los usuarios disponen, después de la instalación, de un fichero de Ayuda (en formatos **pdf** y **html**). Además una *Guía de Referencia Rápida* y la *Ayuda* se pueden descargar desde el sitio web del programa (**Ayuda**). En esta misma sección se encuentran otros tres documentos:

Parámetros de Applets de GeoGebra
Applets de GeoGebra Applets y Guiones de Java-JavaScript
El formato XML de archivos GeoGebra

que pueden resultar muy útiles para las personas que tengan interés en conocer las características de los archivos GeoGebra y los posibles modos de utilización.

Dedicaremos algunos capítulos a explicar el funcionamiento general de la aplicación y a la generación de ejercicios interactivos en formato **html**.

Sugerimos crear 3 carpetas: **actividades**, **soluciones** y **trabajo** y descomprimir:



todos los archivos del fichero **actividades.zip** en la carpeta **actividades**.



todos los que contiene el fichero **soluciones.zip** en la carpeta **soluciones**.



La carpeta **trabajo** contendrá las actividades propuestas.

Iconos que se utilizan

Usaremos los iconos siguientes:

	Hace referencia a la existencia de un enlace externo que requiere una conexión a Internet.
	Abrir un archivo de la carpeta actividades
	Guardar (o Abrir) un archivo en la carpeta trabajo
	Archivo en la carpeta soluciones

Configuración y programas

El funcionamiento de **GeoGebra** requiere la presencia en el sistema de una máquina virtual Java. Si no tienes una instalada puedes descargarla desde aquí:



Sun Microsystems. Máquina virtual Java correspondiente al **Java Runtime Environment Version 6.0 Update 5**.

La eventual modificación de los archivos html generados por GeoGebra puede realizarse con cualquier editor de páginas web. Para estas modificaciones usaremos **Microsoft FrontPage 2003**, aunque se puede utilizar cualquier editor de páginas. Supondremos que el usuario conoce el funcionamiento del programa utilizado, al menos, a nivel elemental (abrir, guardar, editar,...).

Primeros pasos con GeoGebra

Ventana de documento

Para iniciar la aplicación **GeoGebra**:



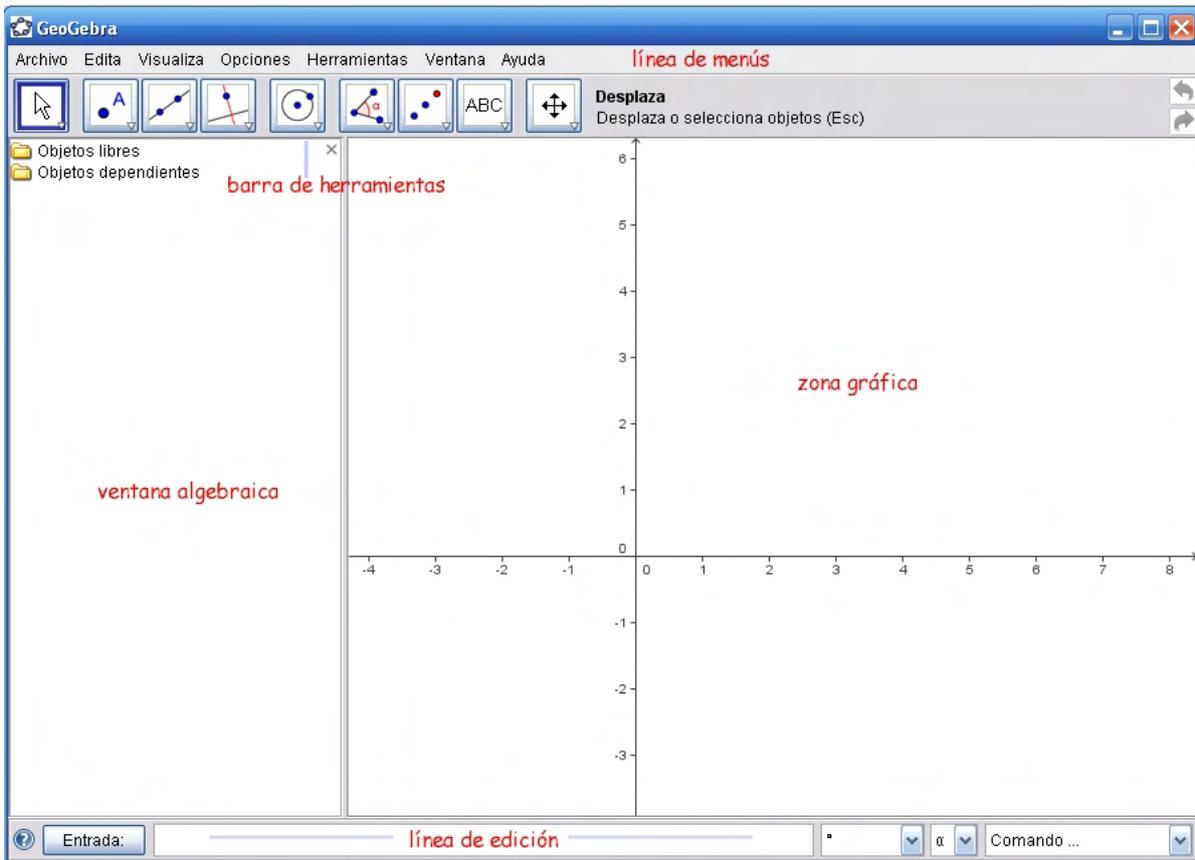
pulsar dos veces sobre el icono correspondiente en el escritorio,



O seguir la ruta:

Inicio → Todos los Programas → GeoGebra → GeoGebra

Con cualquiera de los dos métodos se accede a la ventana de la aplicación sobre la que se han señalado los elementos fundamentales: **línea de menús**, **barra de herramientas**, **línea de edición**, **ventana algebraica** y **zona gráfica**.



Para **ocultar/mostrar los ejes de coordenadas**, seleccionar el comando **Ejes** del menú **Visualiza**.

Primeros pasos con GeoGebra

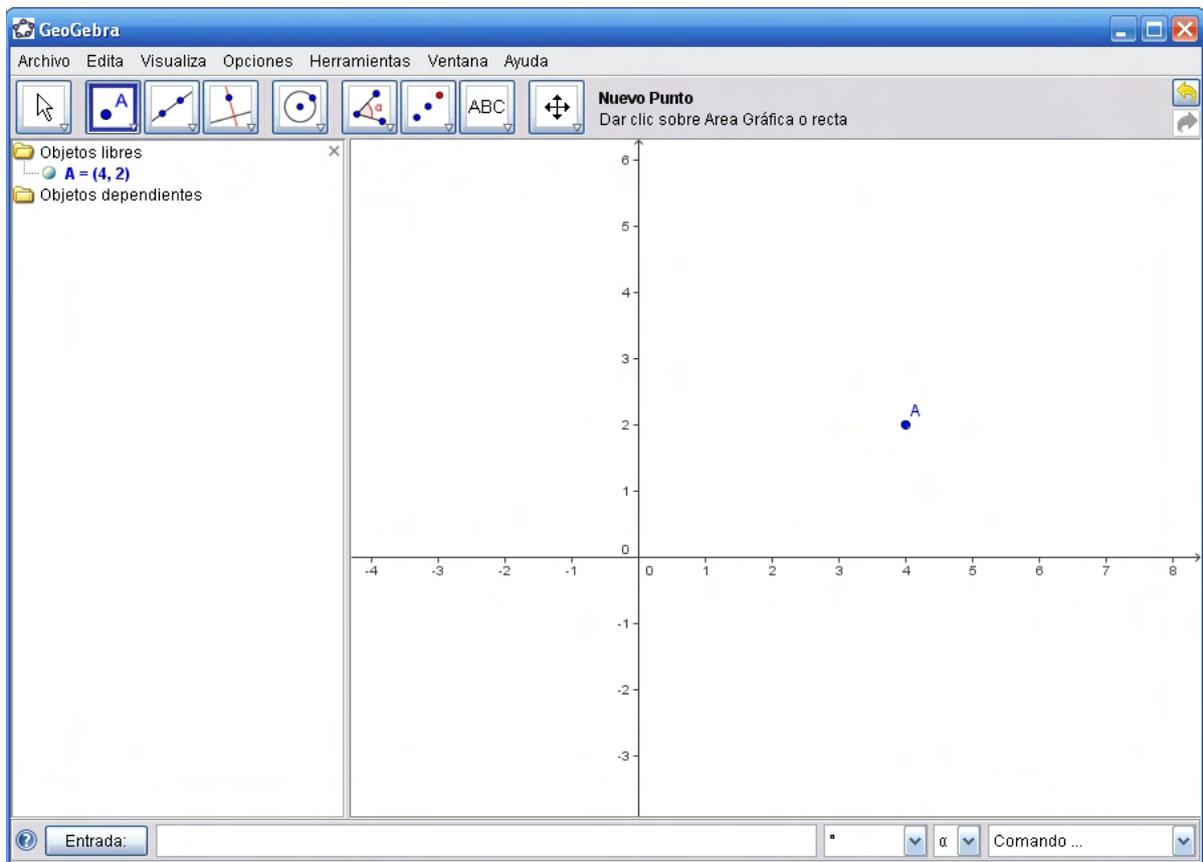
Seleccionado uno de los modos en la barra de herramientas se pueden construir figuras sobre la zona gráfica. Las coordenadas o ecuaciones de los objetos aparecen en la ventana algebraica.

En la línea de edición se pueden escribir coordenadas, ecuaciones, comandos y funciones que se representan sobre la zona gráfica al pulsar la tecla **Intro** (o equivalente).

Representación de puntos



Pulsar sobre el botón *Nuevo Punto*. Colocar el cursor sobre la zona gráfica y pulsar el botón izquierdo. Aparece representado el punto **A** con un aspecto similar al de la figura:



El último modo seleccionado permanece activo hasta que se selecciona otro, es decir, si desplazamos el ratón y pulsamos de nuevo el botón izquierdo se crea un nuevo punto. Las dos flechas de la parte superior derecha (barra de herramientas) permiten deshacer  o rehacer  las últimas acciones.

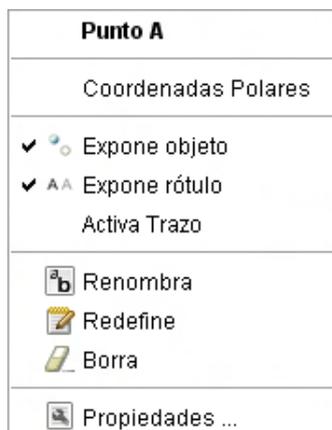
Cambiar el nombre

GeoGebra asigna nombres a los objetos en orden alfabético. En el caso de los puntos: **A**, **B**, **C**...

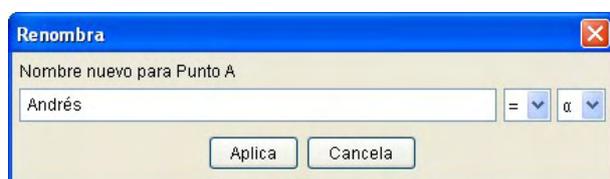
Para **cambiar el nombre** de un objeto:



Pulsar sobre el botón *Desplaza*



Colocar el cursor sobre el objeto y pulsar el botón derecho. En el menú contextual seleccionar



En la ventana **Renombra**, teclear el nuevo nombre del objeto y pulsar el botón



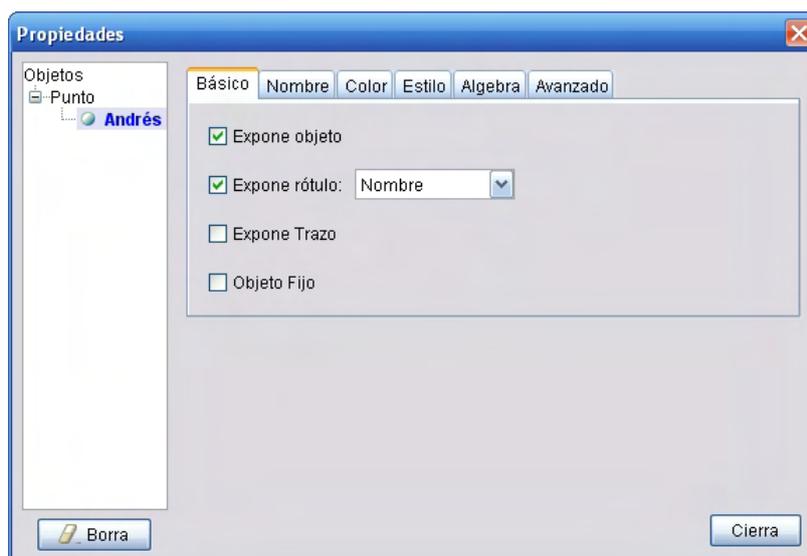
En este caso hemos cambiado el nombre del punto **A** por **Andrés**.

Modificar las propiedades

Como se puede apreciar en la figura anterior, la pulsación del botón derecho sobre un objeto provoca el despliegue de un menú contextual con varios comandos. El último,



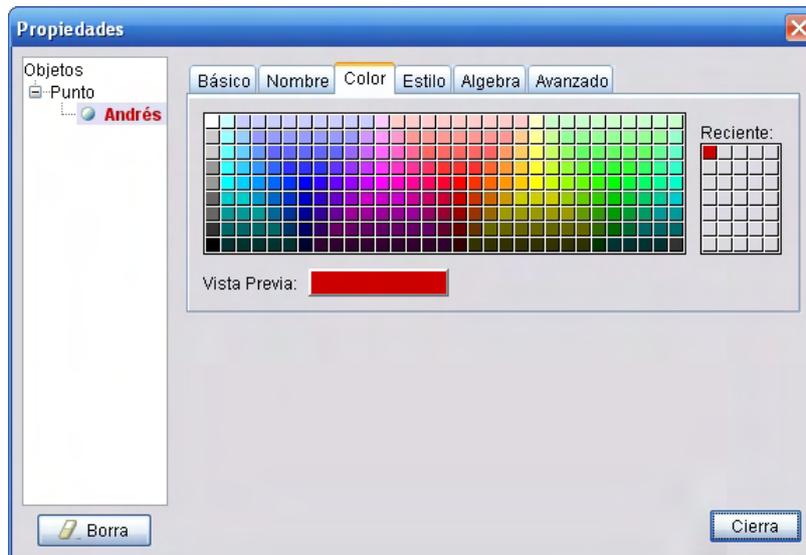
permite el acceso a todas las propiedades de un objeto.



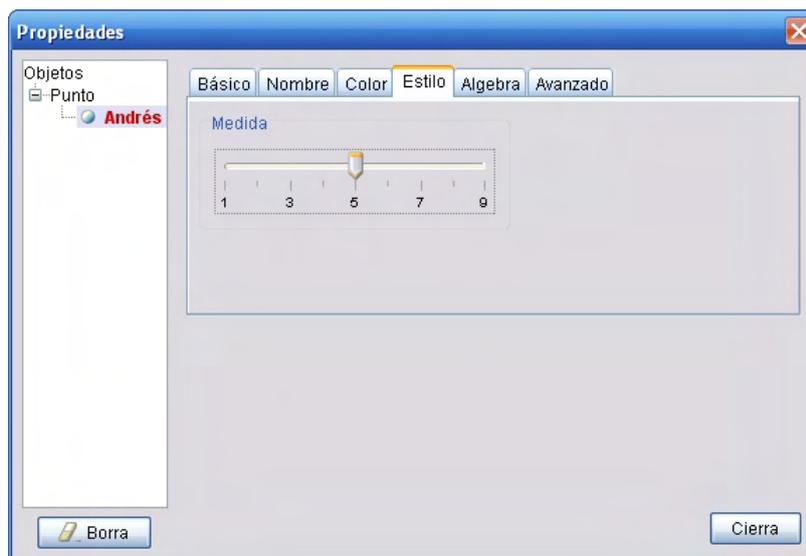
Vamos a cambiar el color y el tamaño del punto construido.

Primeros pasos con GeoGebra

Para **cambiar el color**, pulsar sobre la pestaña **Color** y elegir uno nuevo pulsando sobre la casilla correspondiente.

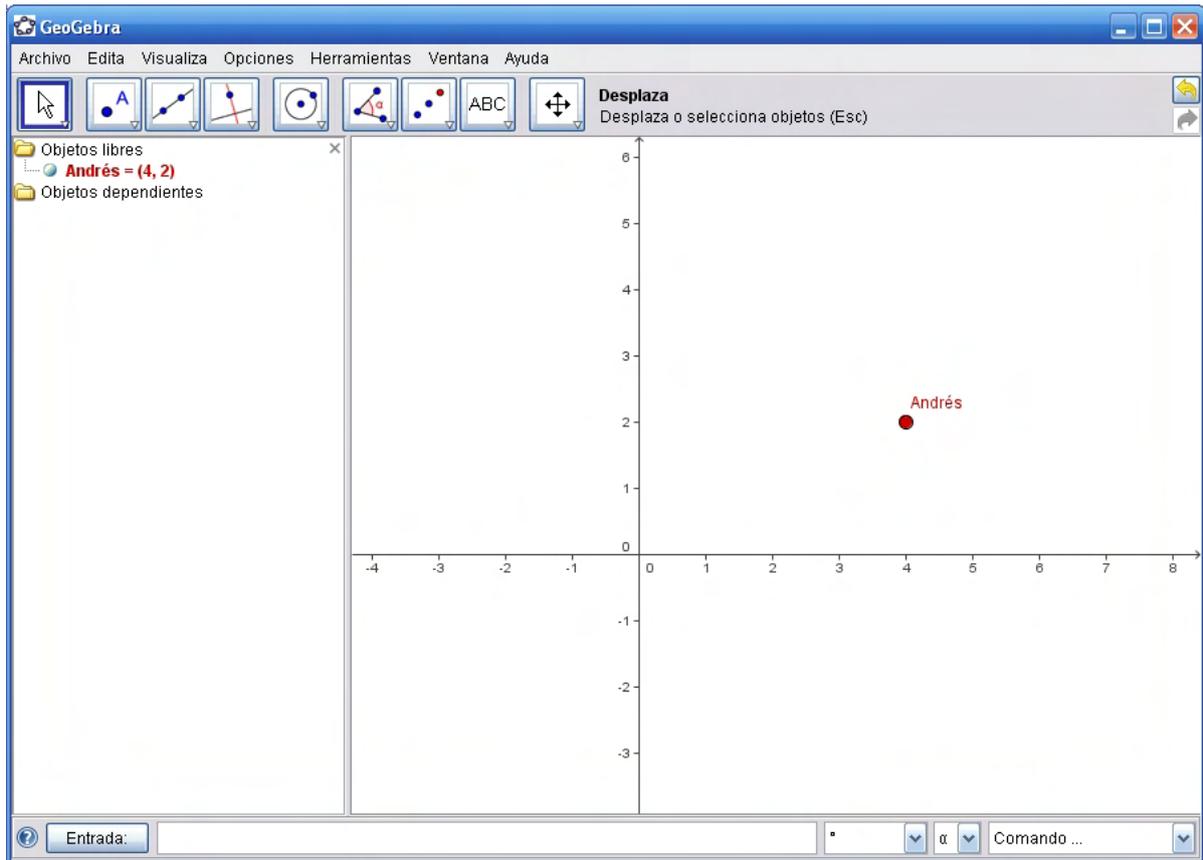


Para **cambiar el tamaño del punto**, pulsar sobre la pestaña **Estilo** y mover el deslizador hasta la medida deseada.



Con las modificaciones descritas, el aspecto del punto que hemos renombrado **Andrés** se presenta de esta forma:

Primeros pasos con GeoGebra

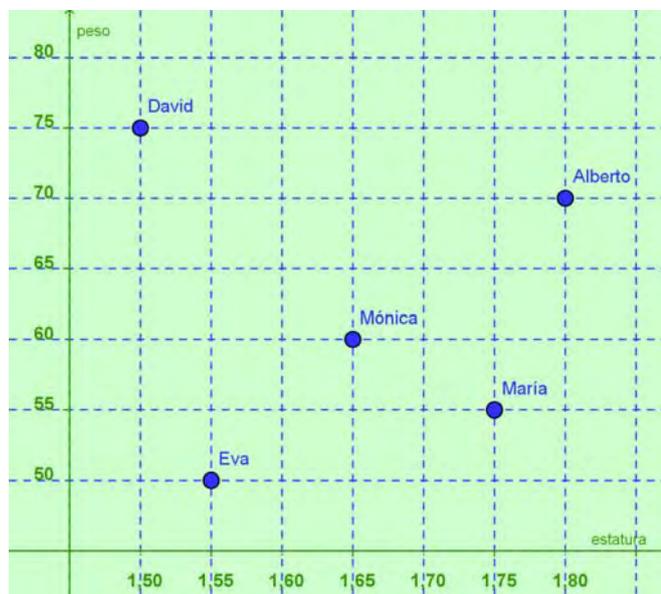


Ejercicio de introducción

La figura muestra un gráfico estatura (en metros) peso (en kilogramos) correspondiente a 5 amigos de un grupo tal como puede verse en las fichas realizadas con motivo de una revisión médica (Notar la falta de referencia a la interrupción de los ejes).

Observa el gráfico y responde a las cuestiones siguientes:

- ¿Cuánto mide de alto Alberto?
- ¿Cuál es el peso de Mónica?
- ¿Quién es la persona más baja? ¿Y la más alta?
- ¿Quién es la persona más obesa? ¿Y la más delgada?
- ¿Cuánto mide y cuál es el peso de David?
- ¿Qué ocurre si unimos los puntos?
- ¿Te parecen adecuadas las escalas de los ejes?



Comandos básicos

Nuestra intención es obtener una representación similar a la de la figura anterior. Ya hemos explicado anteriormente como iniciar **GeoGebra** y como cambiar el color, el tamaño y la posición de un punto.

Veamos ahora como cambiar el color del fondo, de los ejes y de la cuadrícula, introducir texto y modificar sus propiedades y como ocultar la ventana algebraica dedicando toda la ventana a la zona gráfica. Además describiremos la forma de exportar las construcciones a formato **html**.

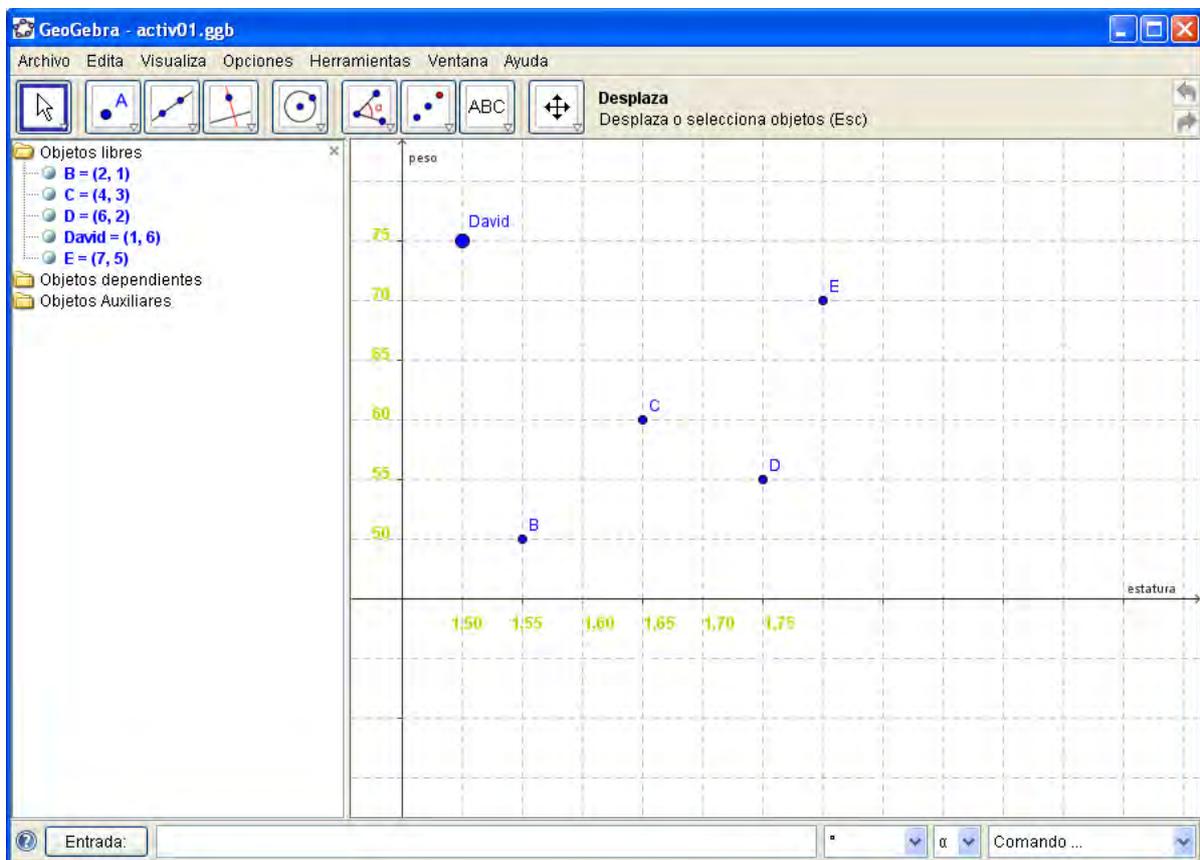
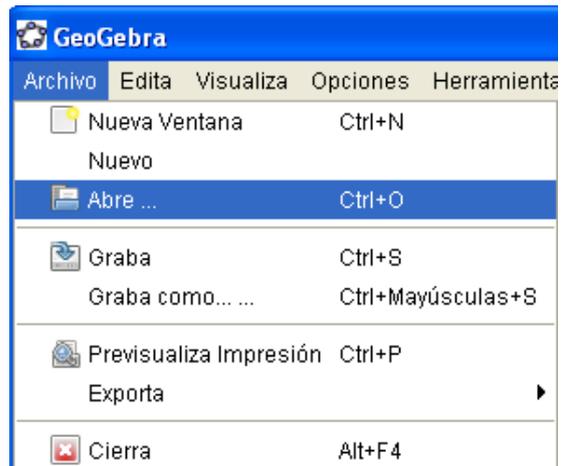
Para ello, modificaremos un fichero **GeoGebra**, que guardaremos posteriormente.

Abrir un archivo

Para **abrir un archivo** podemos:

-  seleccionar el comando **Abre...** del menú **Archivo**, si ya tenemos la aplicación iniciada, o bien,
-  pulsar dos veces sobre el nombre del archivo.

 Con cualquiera de los métodos, se trata de **abrir** el archivo **activ01.ggb**.



Si no se visualiza la cuadrícula, seleccionar el comando **Cuadrícula** del menú **Visualiza**.

Ocultar elementos

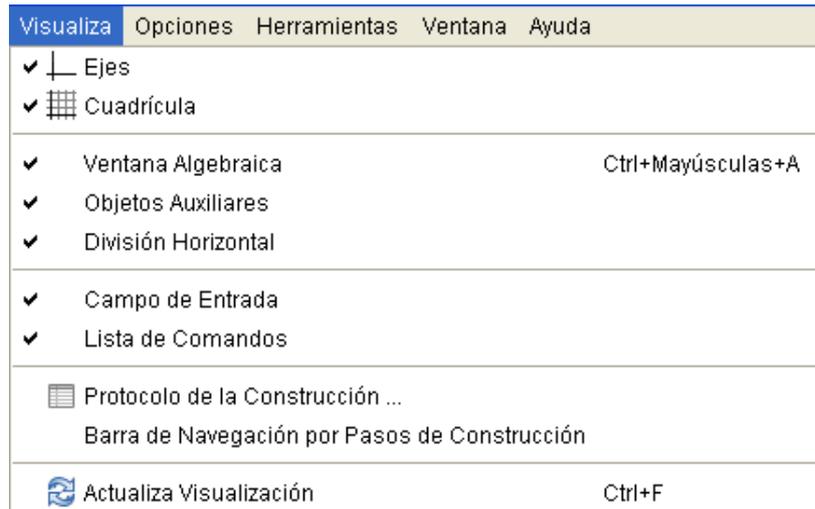
Vamos a ocultar los elementos que, en este momento, no se van a utilizar (ventana algebraica y línea de edición o campo de entrada).

Primeros pasos con GeoGebra

Para **cerrar la ventana algebraica**: Seleccionar el comando **Ventana Algebraica** del menú **Visualiza**.

Para **ocultar la línea de entrada** seleccionar el comando **Campo de Entrada** del menú **Visualiza**.

Las marcas ✓ que se muestran en la imagen, en estos ítems, deben desaparecer.



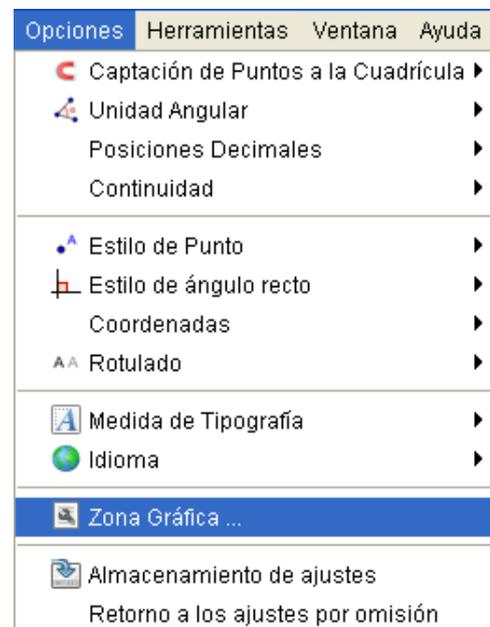
Color del fondo

Para **cambiar el color del fondo**:

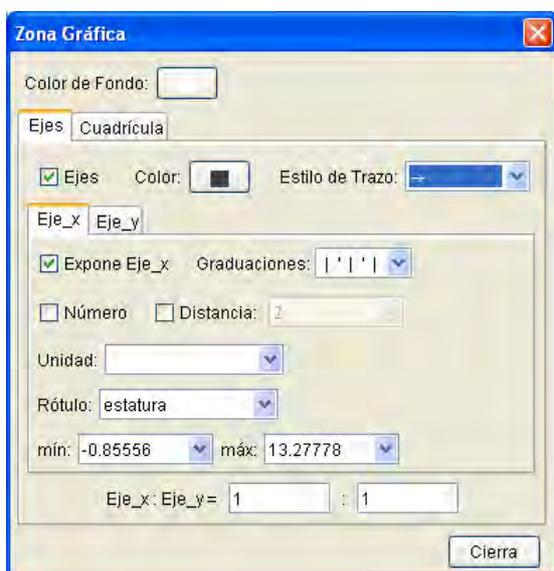
- seleccionar **Zona Gráfica...** del menú **Opciones**,
- o bien, colocar el cursor sobre cualquier área libre (de la zona gráfica), pulsar el botón derecho y elegir



en el menú contextual.



En la ventana **Zona Gráfica**, pulsar sobre el botón Color de Fondo y proceder como en el caso de los puntos (ver **Modificar las propiedades**).



Cambiar el color del fondo a verde

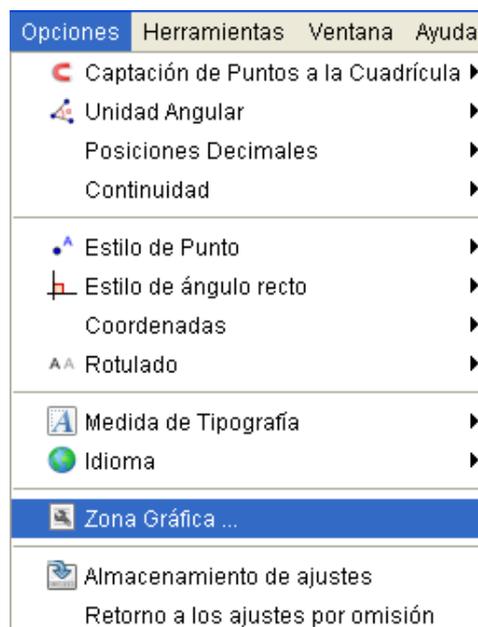
Color de los ejes

Para **cambiar el color de los ejes**:

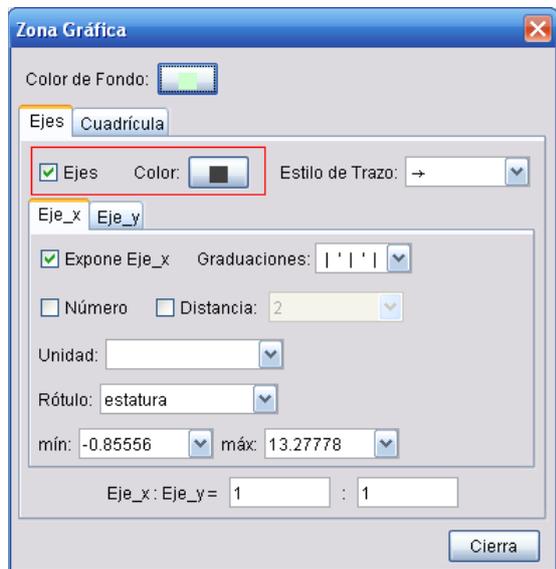
- seleccionar **Zona Gráfica...** del menú **Opciones**,
- o bien, colocar el cursor sobre cualquier área libre (de la zona gráfica), pulsar el botón derecho y elegir



en el menú contextual.



En la ventana **Zona Gráfica**, pulsar sobre el botón Color y proceder como en el caso anterior.



Cambiar el color de los ejes a verde

Color de la cuadrícula

Para **cambiar el color de la cuadrícula** proceder como en los casos anteriores hasta visualizar la ventana **Zona Gráfica**.

Pulsar sobre la pestaña **Cuadrícula** y, a continuación sobre el botón Color y proceder como en cualquiera de los casos anteriores.

Cambiar el color de la cuadrícula a un azul oscuro.

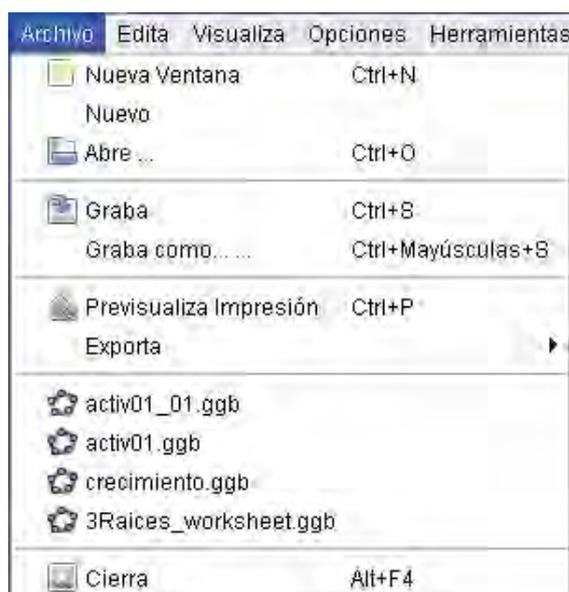


Guardar un archivo

Para **guardar un archivo**:

- seleccionar el comando **Graba** del menú **Archivo**, para guardarlo con el mismo nombre, o bien,
- seleccionar el comando **Graba como...** del menú **Archivo**, para guardarlo con otro nombre.

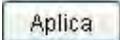
 **Guardar** el archivo con las modificaciones realizadas hasta el momento con el nombre **activ01_01.ggb**.

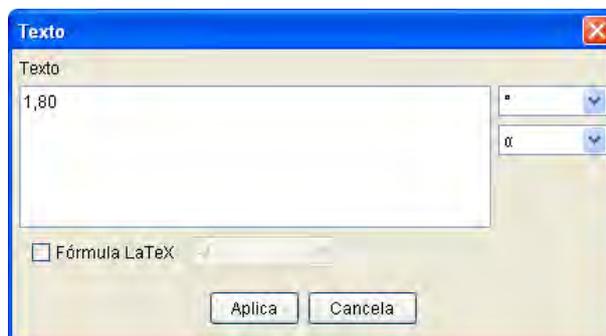


 **Cambiar** el nombre, el color y el tamaño de los puntos para que resulten similares a los de la figura del **ejercicio de introducción** (para copiar el aspecto de un punto, puedes usar el comando  *Copia estilo visual* -último botón de la barra de herramientas). **Guardar** de nuevo el fichero con el nombre anterior (**activ01_1.ggb**).

Textos

 Para **insertar texto** hay que utilizar la herramienta *Insertar texto* (penúltimo botón de la barra de herramientas). Una vez seleccionada, colocar el cursor sobre la zona gráfica y pulsar el botón izquierdo.

Aparece la ventana **Texto** en la que debemos teclear el texto correspondiente y pulsar el botón .



Para completar el ejercicio de introducción nos faltan los textos **1,80** en el eje **X** y **80** en el eje **Y**. Escribimos los textos (colocar el cursor, aproximadamente a la misma altura que los existentes) y, a continuación, modificamos sus propiedades para que el aspecto resulte similar al de la figura inicial.

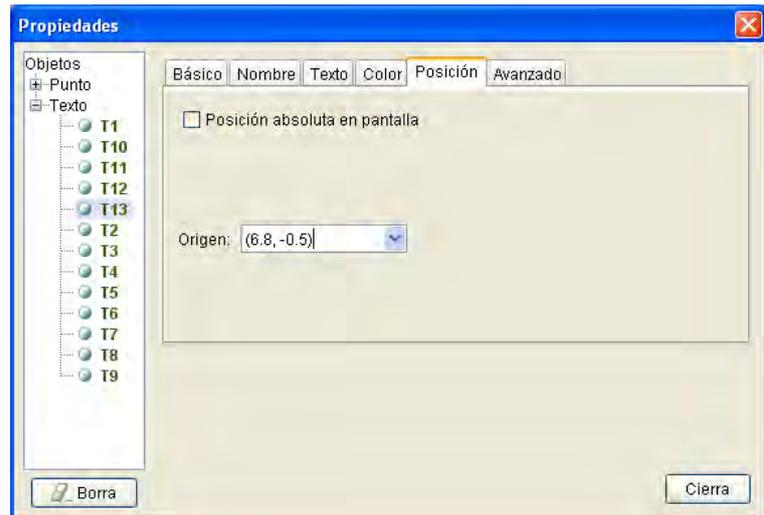
Podemos usar la herramienta *Copia estilo visual*, mencionada anteriormente para copiar algunas de las características de los textos existentes. Una vez realizada esta operación, colocamos el cursor sobre el texto, pulsamos el botón derecho y en el menú contextual (*Texto T13*) elegimos  **Propiedades**.

Primeros pasos con GeoGebra

En la ventana **Propiedades**, seleccionamos la pestaña **Posición** y desactivamos la casilla **Posición absoluta en pantalla**.

En el campo **Origen** escribimos las coordenadas del texto, (6.8, -0.5) y pulsamos el botón **Cierra**.

Repetimos la operación con el texto del *eje Y*. Las coordenadas en este caso serán (-0.5, 7)



Guardar de nuevo el fichero con el nombre **activ01_2.ggb**.

Exportar

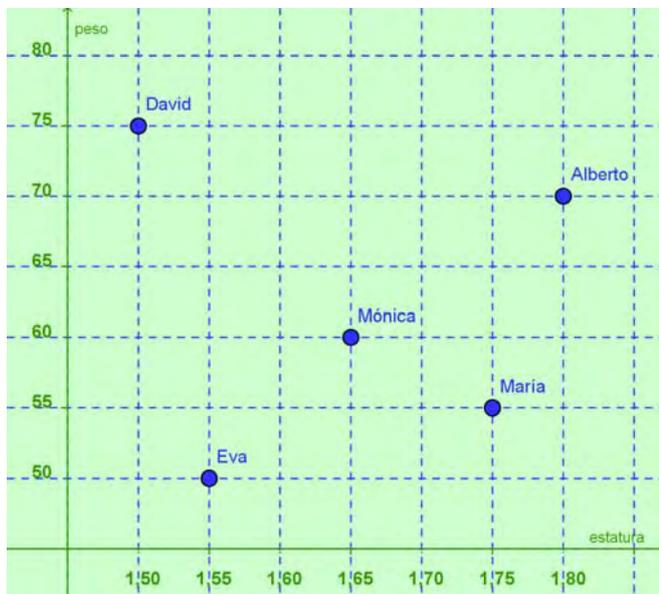
GeoGebra permite exportar las construcciones (la zona gráfica o una parte de ella) como formato de imagen (**png** o **eps**), copiarlas al portapapeles de windows y convertirlas en una página **html** interactiva.

 **Abrir** el último archivo guardado en la sesión anterior **activ01_2.ggb**.

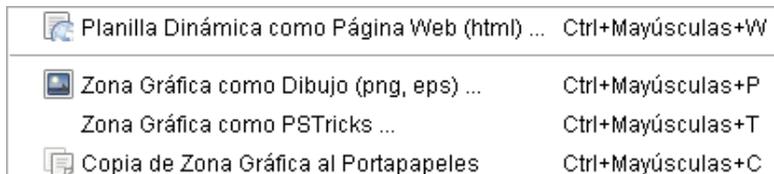
o

 el fichero solución correspondiente, **activ01_2Sol.ggb**

El aspecto debe ser similar al de la figura.



El menú de exportación se activa con el comando **Exportar** del menú **Archivo**.



Zona Gráfica como Dibujo (png, eps) ...

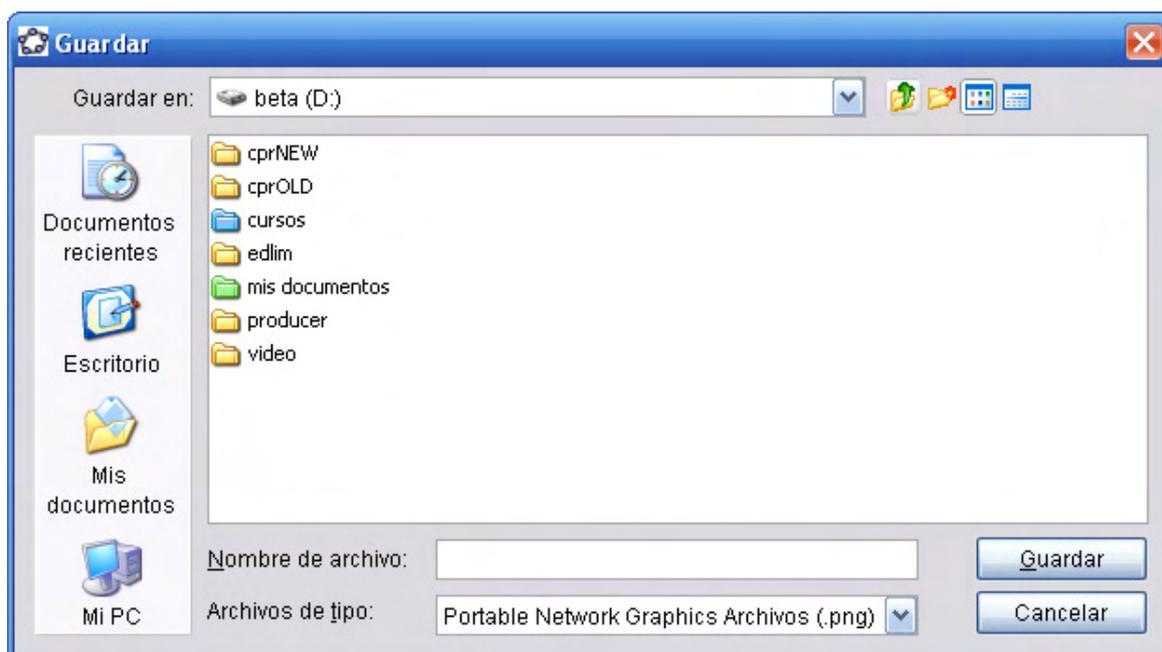
Seleccionando esta opción, la zona gráfica se copia en un fichero del tipo elegido.

La ventana **Exporta: Zona Gráfica** permite elegir el formato del fichero de salida (**png**, **eps**, **svg**, **emf**), la escala y la resolución (sólo en el caso del formato **png**).



Pulsando sobre el botón **Exporta** accedemos a la ventana **Guardar** en la que podemos elegir el nombre y la ubicación del fichero de salida.

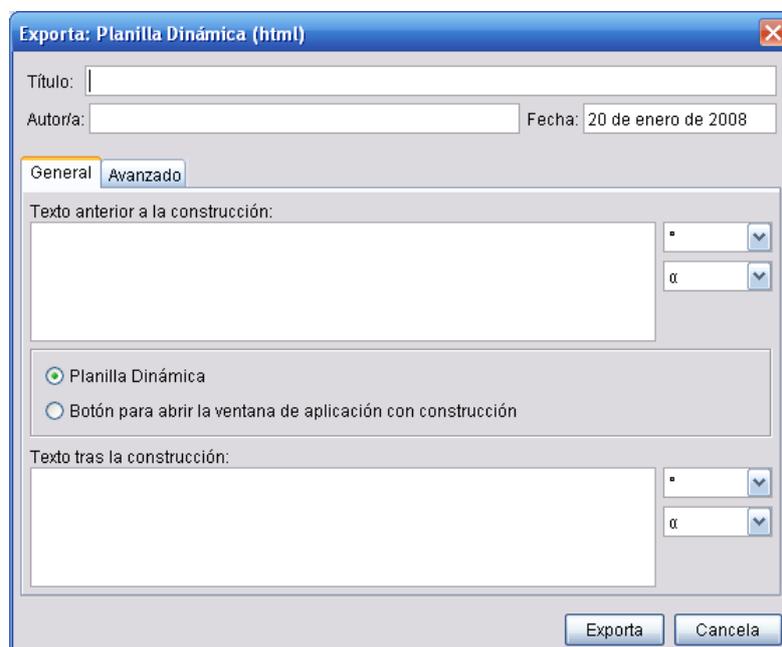
Exportar



Planilla dinámica como Página Web (html) ...

Esta opción permite generar un fichero **html** que contiene la construcción y permite el desplazamiento de los objetos libres. Es posible activar la aplicación mediante un botón y permitir la ejecución del programa completo pulsando dos veces sobre este.

En la ventana **Exporta: Planilla Dinámica (html)** podemos escribir título, autor y fecha en los campos correspondientes que aparecerán como cabecera y pie del fichero **html**. También es posible incluir un texto antes (*Texto anterior a la construcción*) y después (*Texto tras la construcción*) de la ventana de la aplicación e incluir código **html** en estos.

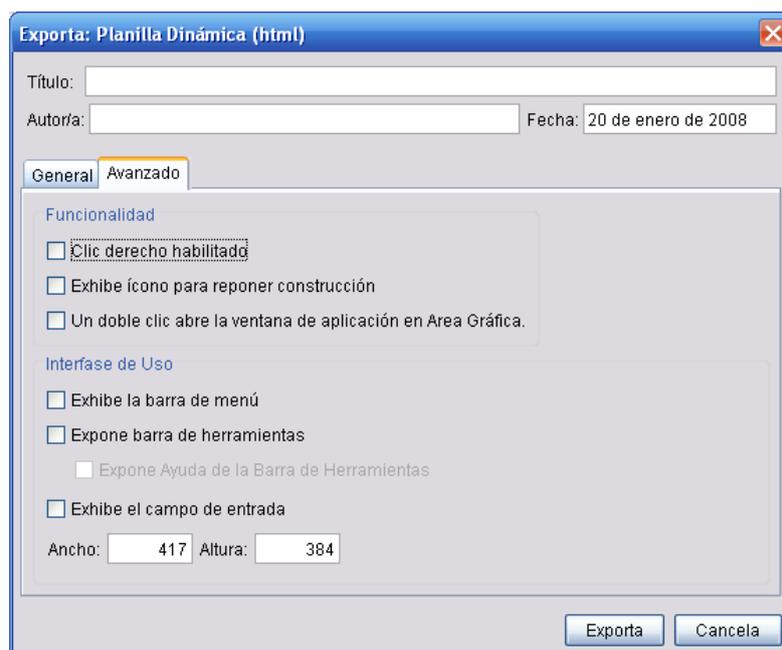


El botón radio Botón para abrir la ventana de aplicación con construcción permite ocultar la visualización de la construcción hasta que se pulse este botón.

Exportar

La pestaña **Avanzado**, permite elegir las opciones del programa de las que va a disponer el usuario

Si se activa la casilla **Un doble clic abre la ventana de aplicación en Area Gráfica**, la doble pulsación sobre la construcción en la página web generada permite abrir **GeoGebra** con las mismas características que la aplicación Windows.



En cualquier caso, se generan varios archivos. Si el nombre del fichero es **activ01_03.html**, se guardan en la misma carpeta los archivos: **activ01_03.ggb**, **geogebra.jar**, **geogebra_cas.jar**, **geogebra_export.jar**, **geogebra_gui.jar**, **geogebra_properties.jar**.

A continuación se presentan dos imágenes, resultado de la exportación con cada una de las opciones que aparecen en la pestaña General:

Exportar

Mi primera construcción GeoGebra - GeoGebra Planilla Dinámica - Windows Int...

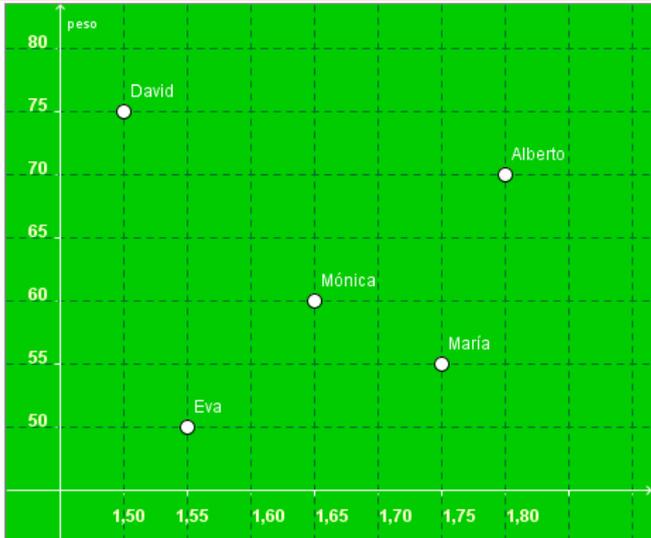
D:\mis documentos\geogebra\vccs Search Google

Mi primera construcción GeoGebra - Geo...

Mi primera construcción GeoGebra Título

La figura muestra un gráfico estatura (en metros) peso (en kilogramos) correspondiente a 5 amigos de un grupo tal como puede verse en las fichas realizadas con motivo de una revisión médica.

Texto anterior a la construcción



El gráfico muestra un plano cartesiano con un fondo verde y una cuadrícula de líneas discontinuas. El eje vertical (y) está etiquetado como 'peso' y tiene marcas de 50 a 80 en incrementos de 5. El eje horizontal (x) tiene marcas de 1,50 a 1,80 en incrementos de 0,05. Se han trazado cinco puntos blancos con sus respectivos nombres: David (1,50, 75), Eva (1,55, 50), Mónica (1,65, 60), María (1,75, 55) y Alberto (1,80, 70).

Nombre	Estatura (m)	Peso (kg)
David	1,50	75
Eva	1,55	50
Mónica	1,65	60
María	1,75	55
Alberto	1,80	70

Observa el gráfico y responde a las cuestiones siguientes:
¿Cuánto mide de alto Alberto?
¿Cuál es el peso de Mónica?
¿Quién es la persona más baja? ¿Y la más alta?
¿Quién es la persona más obesa? ¿Y la más delgada?
¿Cuánto mide y cuál es el peso de David?
¿Qué ocurre si unimos los puntos?
¿Te parecen adecuadas las escalas de los ejes?

Texto tras la construcción

Alumno 1, 26/12/2006, Creado con [GeoGebra](#)
Autor Fecha

Mi primera construcción GeoGebra - GeoGebra Planilla Dinámica - Windows Int...

D:\mis documentos\geogebra\vccs Search Google

Mi primera c... Mi primer...

Mi primera construcción GeoGebra

La figura muestra un gráfico estatura (en metros) peso (en kilogramos) correspondiente a 5 amigos de un grupo tal como puede verse en las fichas realizadas con motivo de una revisión médica.

Abre GeoGebra

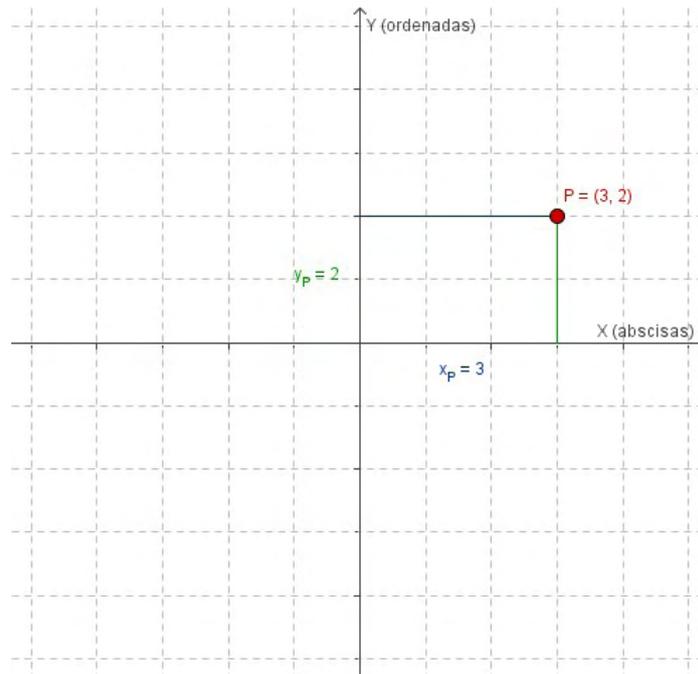
Observa el gráfico y responde a las cuestiones siguientes:
¿Cuánto mide de alto Alberto?
¿Cuál es el peso de Mónica?
¿Quién es la persona más baja? ¿Y la más alta?
¿Quién es la persona más obesa? ¿Y la más delgada?
¿Cuánto mide y cuál es el peso de David?
¿Qué ocurre si unimos los puntos?
¿Te parecen adecuadas las escalas de los ejes?

Alumno 1, 26/12/2006, Creado con [GeoGebra](#)

Representar y mover objetos

Representación de puntos

- 1 En la figura puedes ver la representación del punto **P (3, 2)**. Recuerda que el primer número, la **abscisa** o **x**, se representa sobre el eje horizontal (abscisas); a la derecha del origen si es positivo y a la izquierda si es negativo. En cambio la **ordenada** o **y**, el segundo número, se representa sobre el eje vertical (ordenadas); por encima del origen si es positivo y por debajo si es negativo.

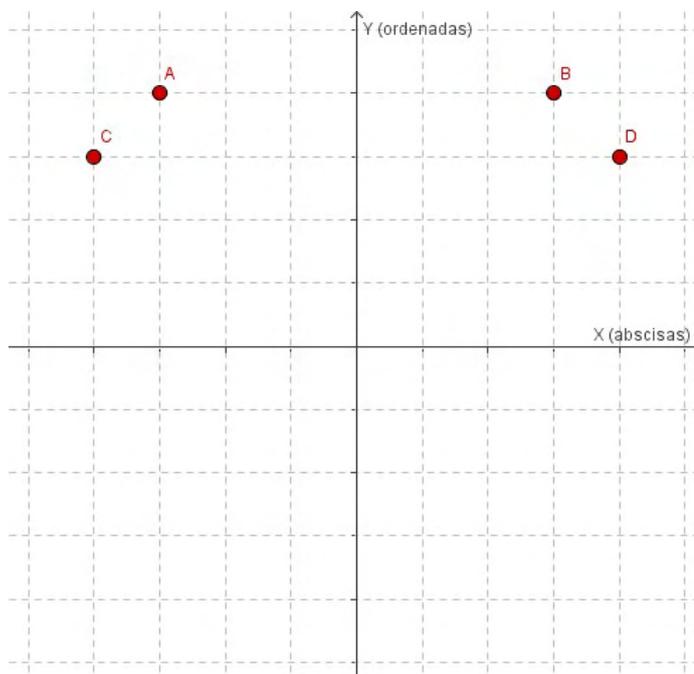


Si desplazas el punto **P** con el ratón podrás ver como cambian las coordenadas. Puedes comprobar que si el punto está en los cuadrantes **primero** o **cuarto**, la **abscisa** es **positiva**, pero si se encuentra en el **tercero** o el **segundo** la abscisa es **negativa**. En cuanto a la **ordenada**, es **positiva** para los puntos de los cuadrantes **primero** y **segundo** y **negativa** cuando los puntos están sobre los cuadrantes **tercero** o **cuarto**.

Representar y mover objetos

- 2 La figura siguiente contiene 4 puntos: dos en el primer cuadrante, **B** y **D**, y dos en el 2º cuadrante, **A** y **C**. Se trata de mover los puntos de forma que haya uno por cuadrante de acuerdo con la tabla adjunta:

Punto	Cuadrante
A	1
B	2
C	3
D	4



Completa ahora la tabla siguiente:

Punto	Signo de x	Signo de y
A		
B		
C		
D		

Movimiento de objetos, segmentos, textos

Veamos como se pueden realizar actividades como las descritas en los párrafos anteriores. Ya sabemos representar puntos y cambiarles el nombre. Veamos ahora como limitar su movimiento. Más adelante explicaremos la forma de definir segmentos e incorporar textos con propiedades relativas a los objetos existentes.

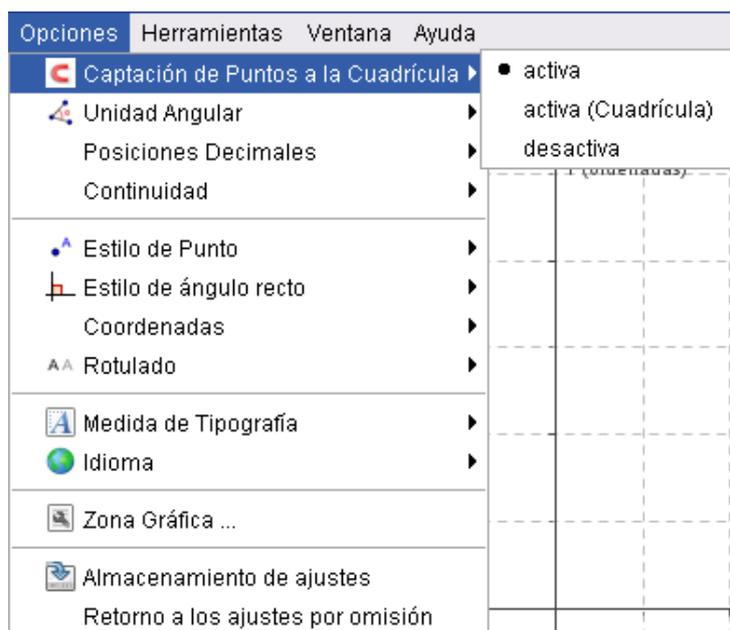
Restringir el movimiento a la cuadrícula

 Abrimos el fichero [activ02.ggb](#), que ya dispone de los ejes etiquetados y situados en el centro de la ventana. Se trata de incorporar un punto **P**, desplazable con el ratón, cuyas coordenadas se muestren junto con el nombre, que presente los segmentos correspondientes a los valores de abscisa y ordenada (ver figura de **Representación de puntos**, ejercicio 1). Además queremos que el desplazamiento esté limitado a los puntos de la cuadrícula.

Representar y mover objetos

Recordamos la forma de definir un punto: Elegir *Nuevo Punto*, desplazar el cursor hasta la posición aproximada (3,2) y pulsar el botón izquierdo. Cambiar el nombre, tamaño y color (ver **Primeros pasos**) hasta que el aspecto resulte similar al de la figura inicial de la actividad 1.

Para limitar el movimiento de los puntos a la cuadrícula tenemos que seleccionar el comando **Captación de puntos a la cuadrícula** del menú **Opciones** y elegir activa. Si ahora desplazamos el punto P veremos que cuando está cerca de uno de los puntos de la cuadrícula es atraído por este. Si queremos que salte de un punto de la cuadrícula a otro sin permitir posiciones intermedias, tenemos que seleccionar activa (Cuadrícula).

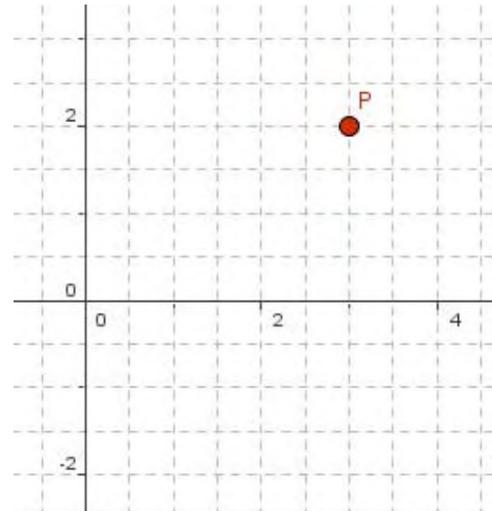
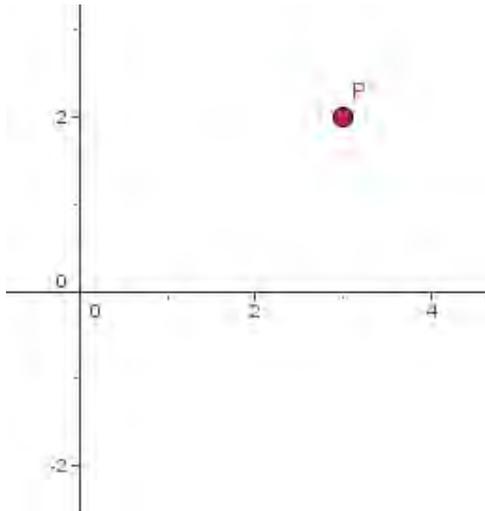


Podemos ahora jugar con las distancias entre unidades de los ejes X e Y junto con las definidas para la cuadrícula. La definición de estas distancias se realiza en la ventana **Propiedades** de la Zona Gráfica (ver **Primeros pasos**).

Por defecto las distancias de los ejes X e Y están colocadas a 2 unidades y la distancia entre los puntos de la cuadrícula a 1 en ambos ejes. Si queremos que los puntos de la cuadrícula se correspondan con intervalos de 0,5 unidades, tendremos que escribir este valor en el campo unidades de la pestaña Cuadrícula.

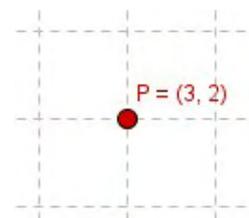
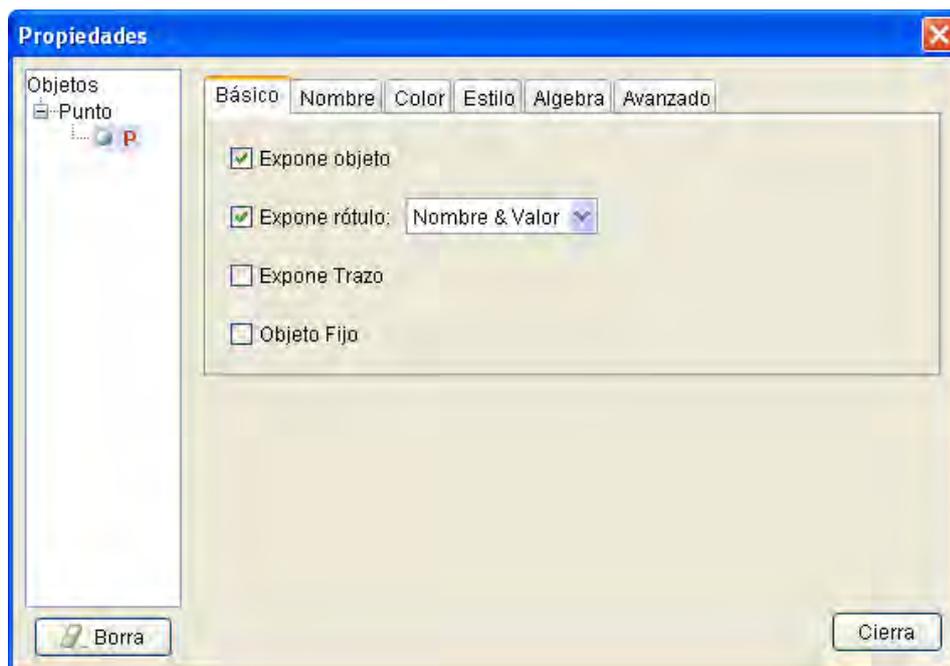
Veamos estas consideraciones con dos imágenes. La de la izquierda muestra la ventana sin la cuadrícula y la de la derecha con la cuadrícula con distancia de 0,5. Si tenemos seleccionada la opción activa (Cuadrícula), el punto P cambiará sus coordenadas en intervalos de 0,5 unidades en ambos ejes.

Representar y mover objetos



Mostrar las coordenadas de un punto

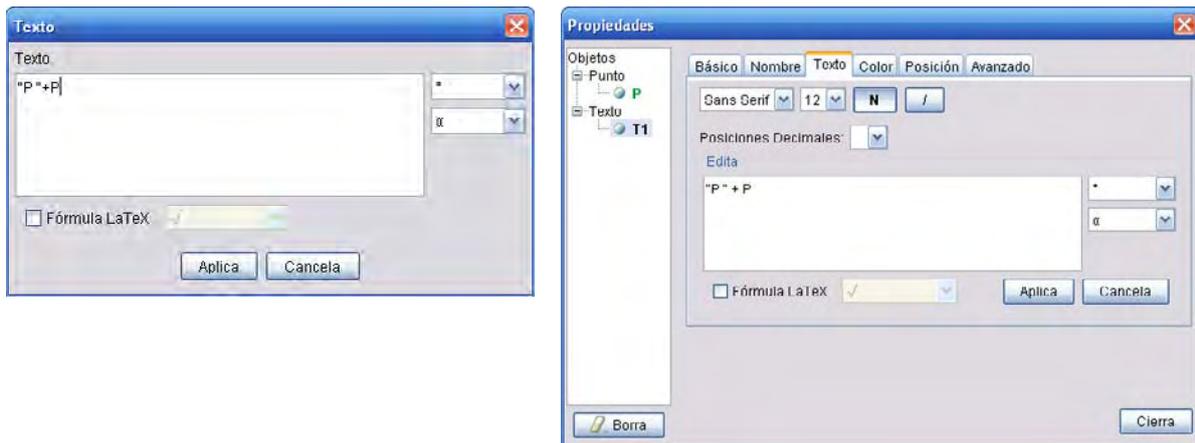
Si en la ventana **Propiedades** del punto P, en el campo Expone rótulo (de la pestaña **Básico**), seleccionamos Nombre & Valor, la etiqueta de P adopta el aspecto que podemos ver en la imagen



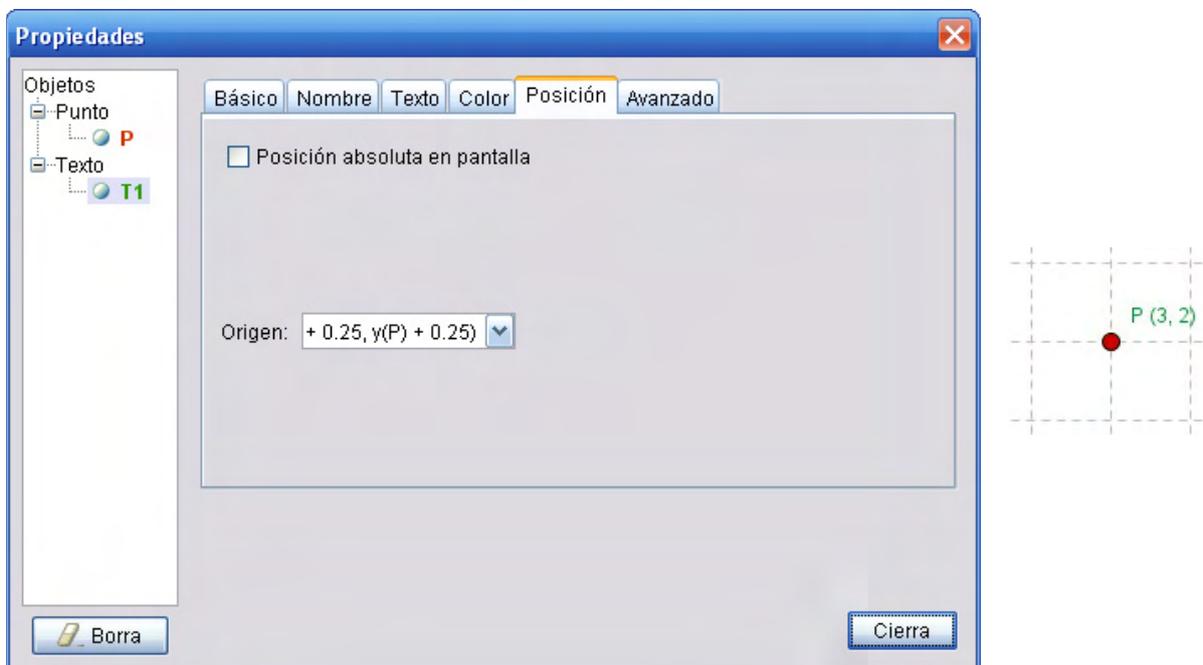
Otra posibilidad es ocultar el rótulo (desactivar la casilla Expone rótulo) y colocar un texto en la posición del punto. Con esta modalidad podemos conseguir textos con color y tipografía distintos a los del punto.

Definimos un texto (ver **Primeros pasos**) escribiendo "P " + P. Lo que va entre comillas aparece como está; GeoGebra sustituye la P que va a continuación del + por el valor del punto (en este caso sus coordenadas). A continuación, en la ventana **Propiedades** pulsar sobre T1 (en la lista de objetos), pestaña **Texto**, y seleccionar negrita (**N**).

Representar y mover objetos



En la pestaña **Color** elegir un tono verde y, por último, en la pestaña **Posición** desactivar la casilla Posición absoluta en pantalla.



Coordenadas de un punto

En la última figura se puede ver, en el campo Origen, parte de la expresión original:

$$(x(P)) + 0.25, y(P) + 0.25)$$

$x(P)$ es el valor de la **abscisa** del punto P e $y(P)$ corresponde al valor de la **ordenada**. Estos valores son dinámicos, es decir, sus valores cambian de acuerdo con la posición del punto P.

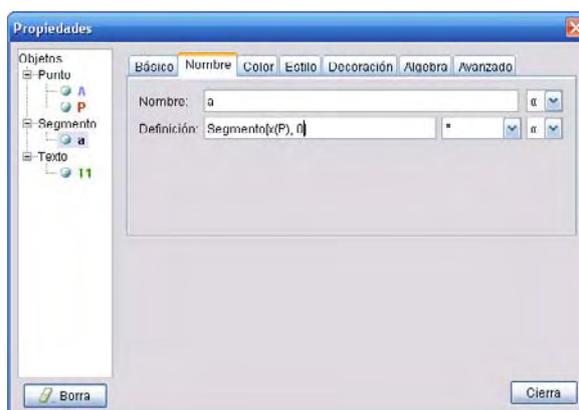
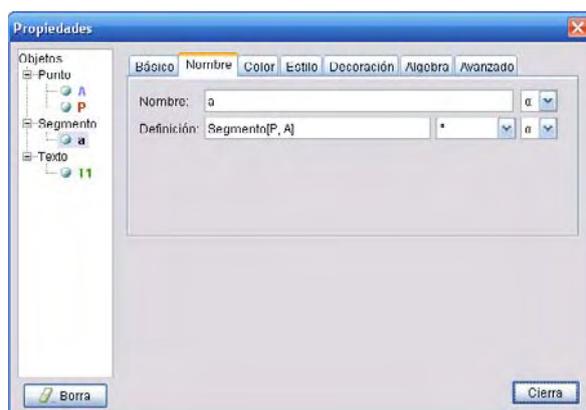
 **Guardar** el fichero con el nombre [activ02_01.ggb](#).

Segmentos

Ya sólo nos queda trazar los segmentos correspondientes a las coordenadas del punto P y colocar las etiquetas correspondientes.



Elegimos la herramienta *Segmento entre dos puntos* (tercer botón por la izquierda de la barra de herramientas). Trazamos el segmento entre P y el eje X, correspondiente a la ordenada. Para conseguir que este segmento muestre siempre el valor de la ordenada tenemos que modificar sus propiedades (botón derecho sobre el segmento y elegir **Redefine**) y asignarle como extremo el punto $(x(P), 0)$. A continuación podemos borrar el punto A que el programa había dibujado para trazar el segmento.



De la misma forma se procede para trazar el segmento correspondiente a la ordenada. En este caso los extremos serán P y $(0, y(P))$.

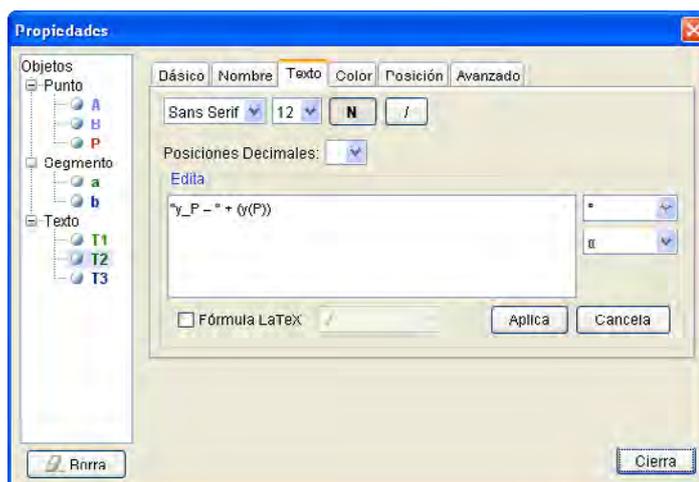
De forma similar a la colocación de textos en el caso del punto P, podemos colocar las etiquetas de los segmentos (para mostrar x_P hay que escribir x_P).

Texto con parámetros



Con el cursor en la proximidad del segmento a, elegimos la herramienta *Inserta texto* (penúltimo botón de la barra de herramientas) y escribimos " $y_P =$ " + $y(P)$

Recordar que lo que va entre comillas aparecerá de la misma forma (excepto el subíndice) y la expresión después del + se sustituye por el valor del objeto $y(P)$, es decir la ordenada del punto.



De la misma forma etiquetamos el segmento correspondiente a la abscisa.

Representar y mover objetos

Recordar que para que el texto se mueva con el punto hay que desactivar la casilla Posición absoluta en pantalla y escribir en el campo Origen las coordenadas correspondientes (que deben hacer referencia, de alguna forma, a las coordenadas del punto).



Guardar el fichero con el nombre [activ02_02.ggb](#).



Utilizar el comando **Exportar** (ver **Exportar**) con la opción *Planilla dinámica como Página Web* y guarda el archivo generado con el nombre [activ02_03.html](#). Abrirlo con el navegador y comprobar su funcionamiento.



Reproducir el ejercicio **2** del inicio de este apartado. **Guardar** el fichero con el nombre [activ02_04.ggb](#).



Utilizar el comando **Exportar** (ver **Exportar**) con la opción *Planilla dinámica como Página Web* y **guardar** el archivo generado con el nombre [activ02_05.html](#). Abrirlo con el navegador y comprobar su funcionamiento.

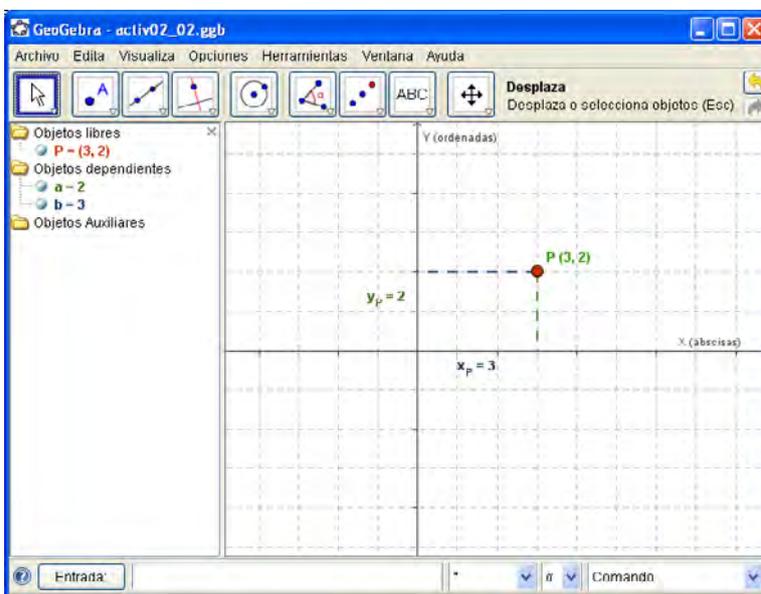
Ventana Algebraica

En las actividades anteriores habíamos prescindido de la ventana algebraica. Veamos ahora que información y posibilidades de edición nos aporta.

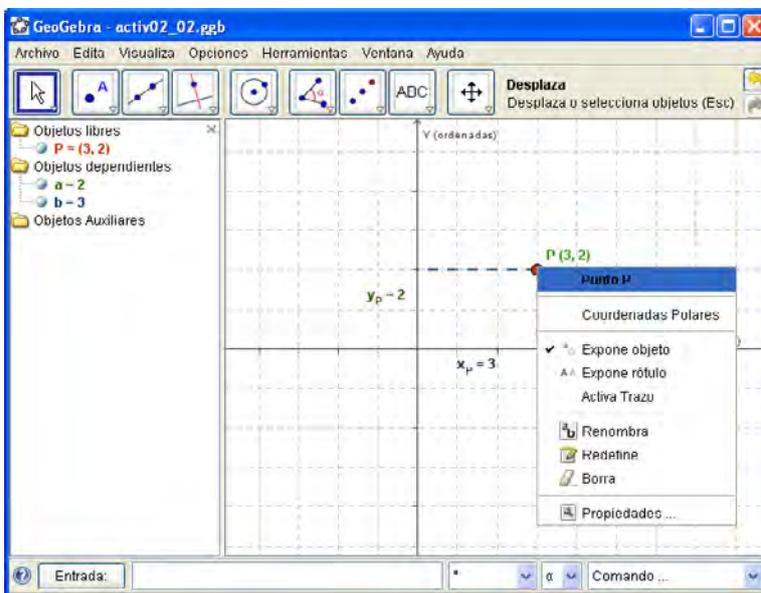
Para abrir la **Ventana Algebraica**, pulsar sobre el comando del mismo nombre en el menú **Visualiza**.

La imagen adjunta corresponde al ejercicio descrito en **Representar y mover objetos**.

Como se puede observar, hay un objeto libre, el punto **P** y dos objetos dependientes, los segmentos **a** y **b**, que hemos construido para representar la abscisa y la ordenada del punto **P**.

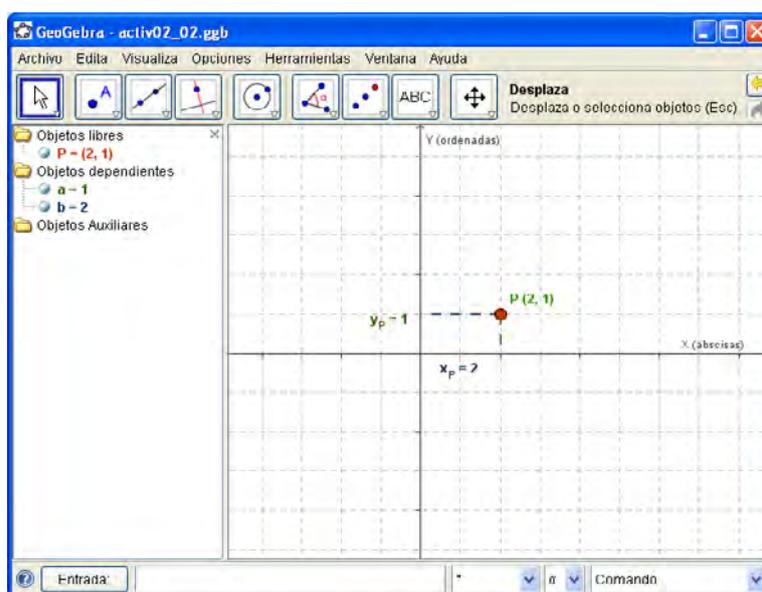


Las mismas consideraciones que hemos descrito relativas al menú contextual en la zona gráfica son aplicables a la ventana algebraica. Por ejemplo, si colocamos el cursor sobre el punto **P**, en la ventana algebraica, y pulsamos el botón derecho, accedemos al menú contextual correspondiente a este punto.



Ventana algebraica

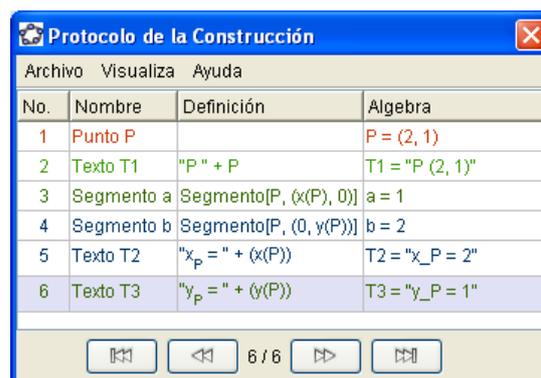
Cualquier cambio realizado en una de las dos ventanas se traslada inmediatamente a la otra. Así, por ejemplo, el desplazamiento del punto P a una nueva posición provoca el cambio correspondiente en la ventana algebraica relacionado con la definición de P y la medida de los segmentos. Y recíprocamente los cambios en la ventana algebraica se traducen en cambios en los objetos de la zona gráfica.



Protocolo de la Construcción

Seleccionando el comando **Protocolo de la Construcción** en el menú **Visualiza**, se muestra la ventana **Protocolo de la Construcción** en la que aparecen todos los objetos existentes.

En el menú **Visualiza** de esta ventana podemos elegir los campos que aparecen en el listado.

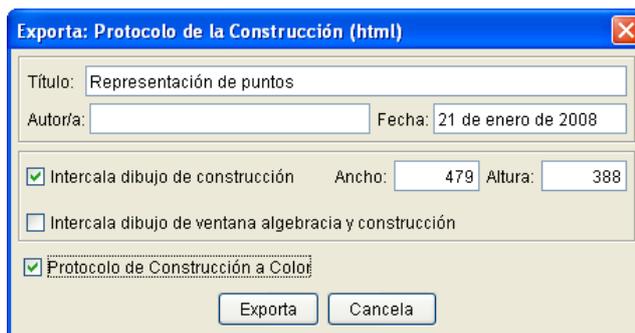


Y con las flechas de la parte inferior de la ventana, podemos regenerar la construcción desde el inicio, paso a paso.

Ventana algebraica

El comando **Exporta como Página Web (html)** del menú **Archivo** de esta ventana permite exportar este protocolo y decidir si se incorpora o no el dibujo de la construcción.

Este comando es el mismo que habíamos visto anteriormente, comando **Exportar** del menú **Archivo**.



La figura siguiente muestra el aspecto en el navegador de esta exportación.

No.	Nombre	Definición	Algebra
1	Punto P		$P = (2, 1)$
2	Texto T1	"P " + P	T1 = "P (2, 1)"
3	Segmento a	Segmento[P, (x(P), 0)]	a = 1
4	Segmento b	Segmento[P, (0, y(P))]	b = 2
5	Texto T2	"x _p = " + (x(P))	T2 = "x _p = 2"
6	Texto T3	"y _p = " + (y(P))	T3 = "y _p = 1"

Creado con [GeoGebra](#)

Exportar

Anteriormente (ver **Exportar**), habíamos comentado que el uso de este comando para obtener una página web genera varios archivos. Por ejemplo, si el fichero **html** tiene de nombre **test.html** se crea también, si no existe, el archivo **test.ggb**.

Pues bien, para modificar el fichero **test.html** en lo que respecta a la construcción geométrica, es suficiente con modificar y *guardar con el mismo nombre y en la misma carpeta* el archivo **test.ggb**. El acceso a este archivo puede realizarse desde el navegador si hemos activado la opción de abrir la aplicación con un doble clic; en otro caso se puede abrir directamente desde GeoGebra siempre que sea accesible desde nuestro ordenador.

Otra posibilidad es exportar de nuevo la construcción, una vez realizados los cambios adecuados. Pero si hemos realizado modificaciones en el fichero **html** no relacionadas con la construcción (añadir y/o modificar textos y/o gráficos,...) estos se perderán con la nueva exportación.

Debido a estas consideraciones cuando tenemos que abrir un fichero **html** que contiene una construcción GeoGebra y queremos guardarlo con otro nombre, tendremos que seguir los pasos siguientes:

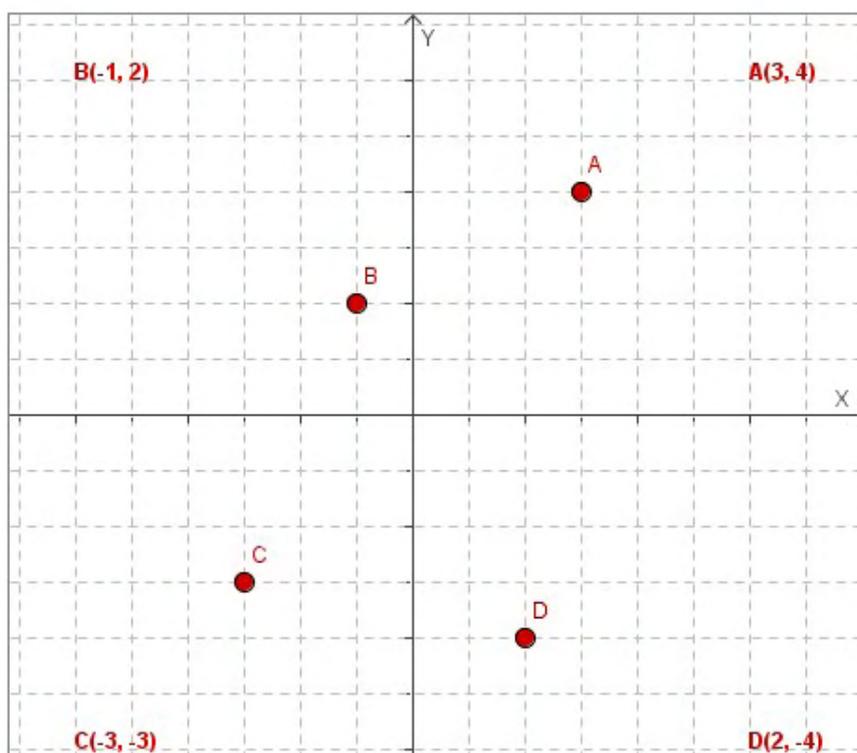
- 1 Abrir el fichero **html** (supondremos que tiene de nombre **test.html**).
- 2 Abrir la construcción GeoGebra pulsando dos veces sobre la ventana correspondiente.
- 3 Exportar el archivo con otro nombre (por ejemplo, **testNuevo.html**)
- 4 Realizar los cambios adecuados en el fichero GeoGebra y:
 - ... Guardarlo como **testNuevo.ggb** en la misma carpeta que **testNuevo.html**,
 - o,
 -  Exportar la nueva construcción con el mismo nombre **testNuevo.html**. En este caso, se crea automáticamente el archivo **testNuevo.ggb**.

Algunas propuestas de ejercicios

Se presentan a continuación algunos ejercicios que pueden ser de utilidad para el trabajo con el alumnado, bien como están, bien después de las modificaciones sugeridas. Conviene recordar que la forma habitual de trabajo con las aplicaciones didácticas reside en la reutilización del material existente elaborado por uno mismo o por otros compañeros y compañeras.

 **Abrir** el archivo [activ03.html](#). Puedes acceder al fichero GeoGebra pulsando dos veces sobre la zona gráfica.

 **Exportar** la construcción al fichero [activ03_1.html](#). (Recuerda que debes activar la casilla Un doble clic abrir la ventana de aplicación en Area Gráfica, para que se pueda abrir GeoGebra desde el navegador). Cierra GeoGebra y abre ahora el archivo exportado. Accede a la aplicación pulsando dos veces sobre la ventana.



Las coordenadas de los puntos sólo admiten valores enteros. Elimina las restricciones que obligan a las coordenadas a adoptar sólo valores enteros (usa intervalos de 0,25 unidades).

 **Guardar** el archivo modificado con el mismo nombre [activ03_1.ggb](#).

Comprueba abriendo de nuevo el archivo [activ03_1.html](#) los cambios realizados.

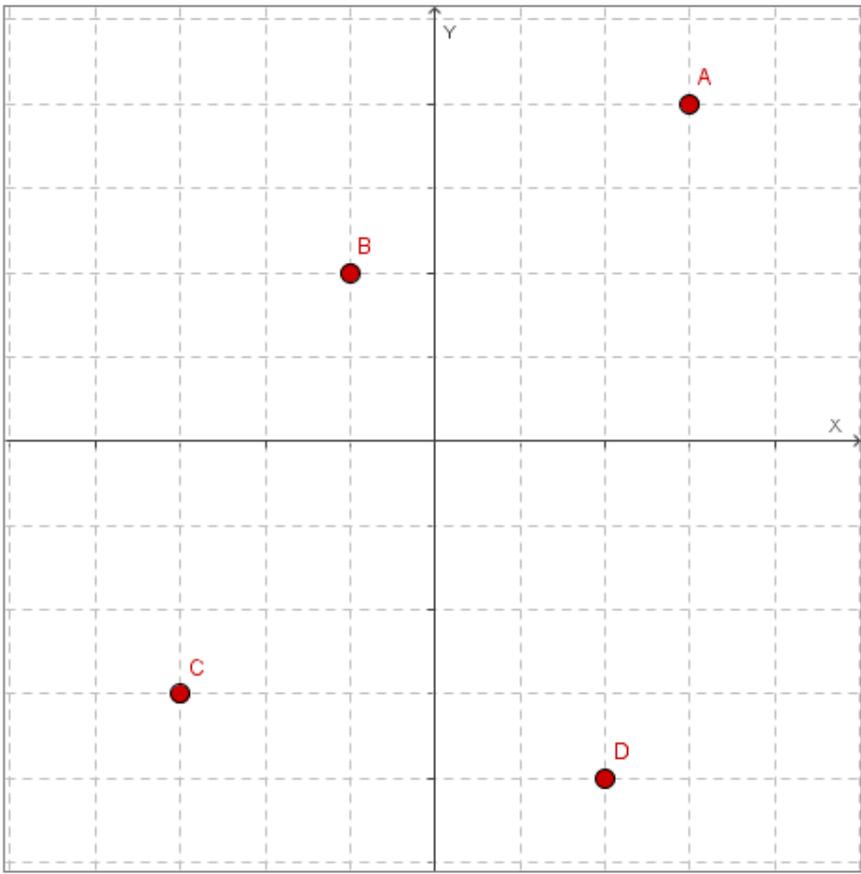
 **Sol.:** El comando **Captación de Puntos a la Cuadrícula** del menú **Opciones** está colocado a activa (Cuadrícula). Para obtener desplazamientos de 0,25 unidades en ambos ejes, activar la casilla Distancia en la pestaña **Cuadrícula** de la Zona Gráfica

Algunas propuestas de ejercicios

y colocar el valor de 0.25 en ambos ejes. El fichero [activ03_1Sol.html](#) presenta la solución.

 Modifica el archivo [activ03_1.html](#) para obtener un ejercicio como el de la figura. Los puntos **A**, **B**, **C** y **D** tienen las dos coordenadas en el intervalo $[-5, 5]$ y sólo pueden adoptar valores enteros.

1 Escribe las coordenadas de los puntos **A**, **B**, **C** y **D** de la figura.



2 Mueve los puntos anteriores de forma que la figura **ABCD** sea un cuadrado de lado **8** unidades con centro en el origen de coordenadas.

Creado con [GeoGebra](#)

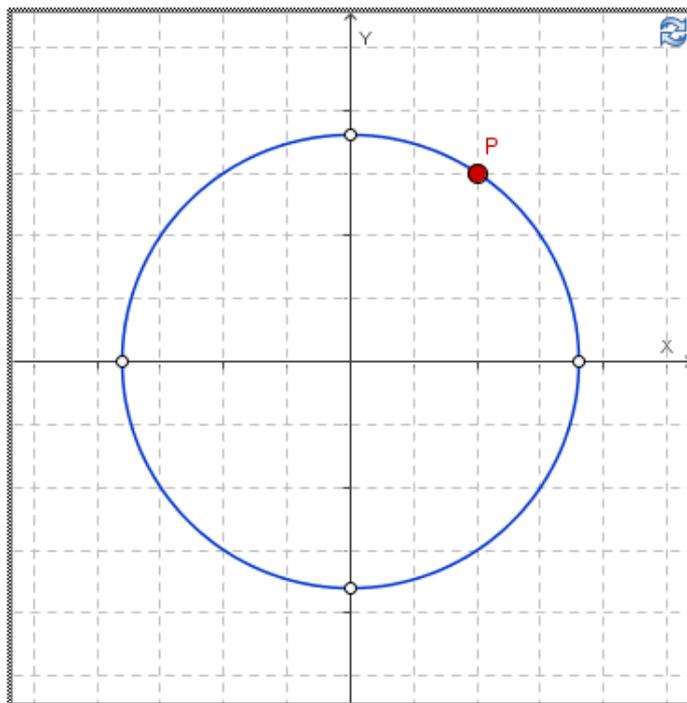
 **Guardar** el archivo modificado con el nombre [activ03_2.html](#).

 **Sol.:** Deshacer los cambios realizados en el ejercicio anterior colocando de nuevo la distancia de la cuadrícula en 1. Para limitar el movimiento de los puntos al intervalo $[-5, 5]$ es suficiente ajustar el tamaño de la ventana GeoGebra a estas dimensiones y comprobar que el comando **Captación de Puntos a la Cuadrícula** del menú **Opciones** está colocado a activa (Cuadrícula). El fichero [activ03_2Sol.html](#) presenta la solución.

Algunas propuestas de ejercicios

Se trata de diseñar un ejercicio como el de la figura con las características siguientes: Las coordenadas del punto **P** sólo pueden tomar valores enteros en el intervalo $[-5, 5]$.

- 1 Dado un punto **P** sobre una circunferencia, desplázalo para que el radio de la circunferencia resultante sea de 5 unidades.



- 2 Escribe las coordenadas de los puntos en los que la circunferencia resultante corta a los ejes de coordenadas.

Creado con [GeoGebra](#)

Nota: Para dibujar la circunferencia, activar la línea de entrada (comando **Campo de Entrada** del menú **Visualiza**) y escribir la ecuación de la circunferencia en la forma $x^2+y^2=x(P)^2+y(P)^2$, dónde $x(P)$ e $y(P)$ son las coordenadas del punto **P**. Otra posibilidad es dibujar la circunferencia de centro el origen de coordenadas que pasa por **P**:



Circunferencia por centro y punto que cruza



Exporta el archivo con el nombre [activ03_3.html](#).

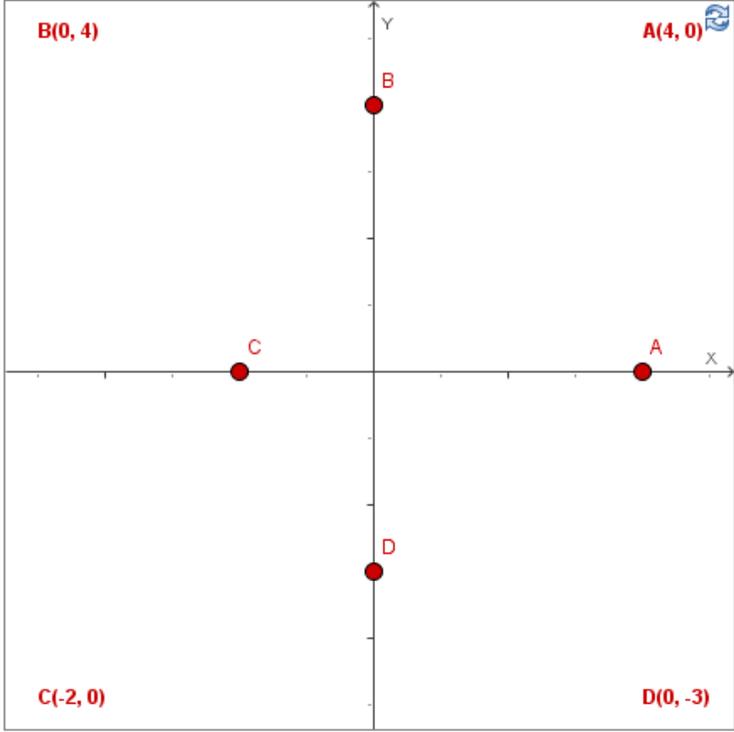


Sol.: Limitar el movimiento del punto **P** al intervalo $[-5, 5]$ se hace igual que en el ejercicio anterior. El fichero [activ03_3Sol.html](#) contiene una solución.

Algunas propuestas de ejercicios

Obtener un ejercicio como el de la figura. Los puntos **A** y **C** se mueven sobre el eje x , (para colocar estos puntos sobre el eje x , abrir la ventana algebraica y desplazar el puntero por las proximidades del eje x hasta que aparezca la etiqueta **Recta Eje_x**) mientras que **B** y **D** sólo pueden desplazarse sobre el eje y . La etiqueta en este caso debe indicar **Recta Eje_y**). Los 4 puntos tienen limitado el desplazamiento al intervalo $[-5, 5]$ y las coordenadas varían en décimas.

1 Mueve los puntos **A** y **C** de la figura.



¿Qué valor tiene la **ordenada**, la **y**, de los puntos situados sobre el *eje de abscisas* o *eje X*?

2 Mueve los puntos **B** y **D**.

¿Qué valor tiene la **abscisa**, la **x**, de los puntos situados sobre el *eje de ordenadas* o *eje Y*?

Creado con [GeoGebra](#)

Podemos usar como base el archivo [activ03_2.html](#). (o el archivo [activ03_2Sol.html](#) de la carpeta **soluciones**). Para que el movimiento de los puntos se limite a los ejes, la pestaña **Nombre** de la ventana **Propiedades** debe mostrar, en el campo Definición **Punto[Eje_x]** para los puntos **A** y **C**; y **Punto[Eje_y]** en el caso de **B** y **D**.

Guardar el archivo modificado con el nombre [activ03_4.html](#).

Sol.: Limitar el movimiento de los puntos al intervalo $[-5, 5]$ se hace igual que en los ejercicios anteriores. El fichero [activ03_4Sol.html](#) contiene una solución.

Funciones I

Funciones. Tablas

En estas actividades se relacionan tablas con gráficas y fórmulas asociadas. Están dirigidas al alumnado de los primeros cursos de secundaria, así que nos limitaremos a funciones lineales y afines.

Gráficas y tablas

Veamos como representar funciones y modificar la relación y el aspecto de los ejes y la cuadrícula. También explicaremos la forma de utilizar los **deslizadores** para mover objetos.

Gráfica-Tabla (1). Se trata de crear un documento GeoGebra que responda al problema planteado en la figura siguiente:

En una tienda de fotocopias tienen colocado un cartel para indicar los precios, acompañado de una gráfica que muestra el precio según la cantidad. Desgraciadamente, el precio por unidad se ha borrado y sólo queda la gráfica:

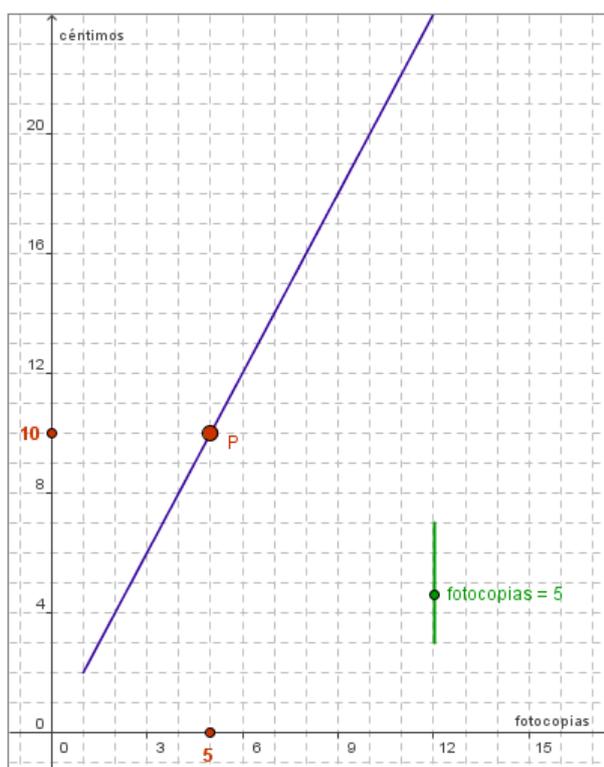
Completa la tabla de acuerdo con la información de la gráfica

Nº de fotocopias	1	5	15	20	25
precio (céntimos de €)			20		60

¿Qué cantidad de fotocopias se pueden hacer con 1,20 €?

Si representamos por **y** el precio en *céntimos de euro* y por **x** el *número* de fotocopias, ¿cuál de las fórmulas siguientes se ajustaría mejor a la tabla anterior?

$$y = 2 + x \quad y = \frac{x}{2} \quad y = 2x$$



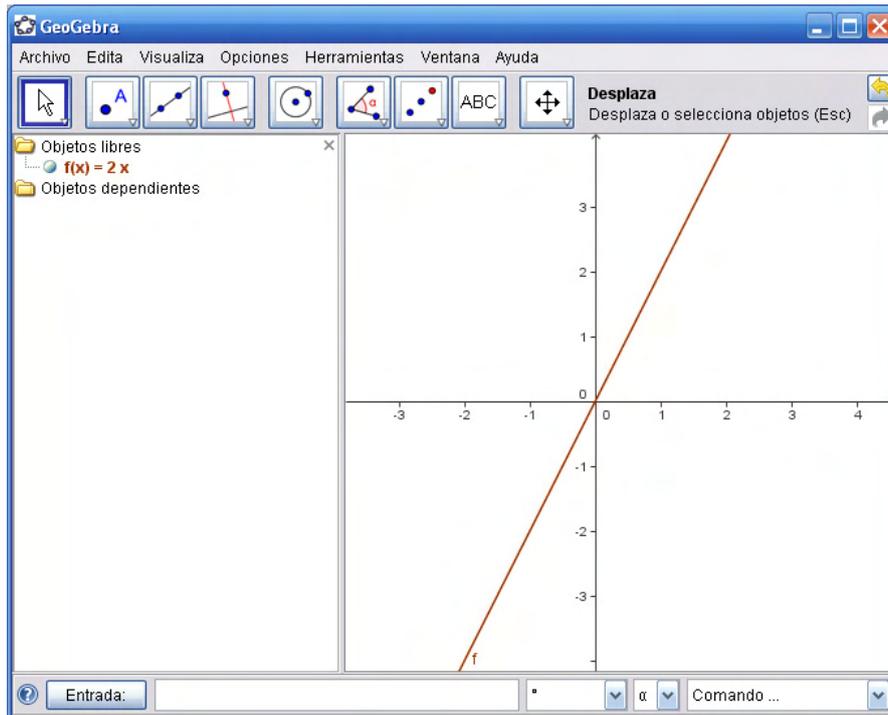
Creado con [GeoGebra](#)

Empezamos definiendo la función **y = 2x** utilizando la línea de edición. Para ello no hay más que escribir **f(x)=2 * x** (ó **f(x) = 2x**, sencillamente) y pulsar la tecla **intro**:

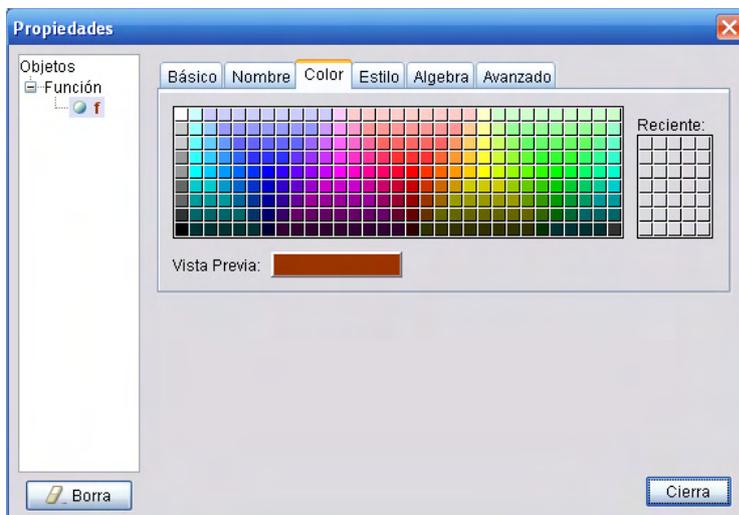
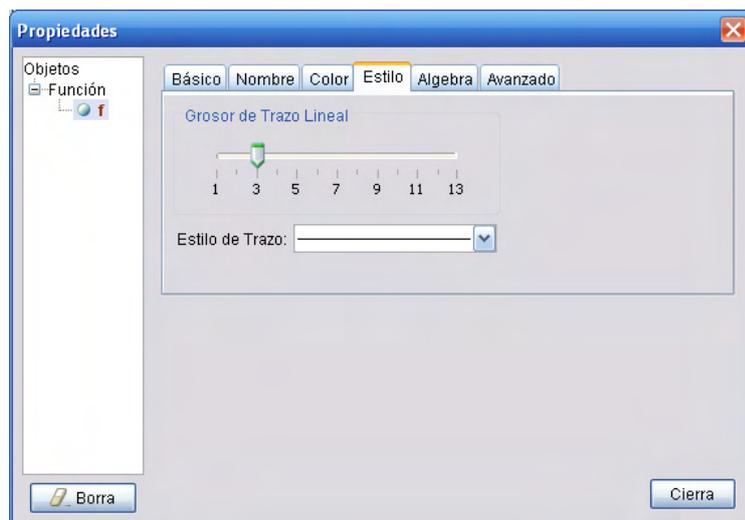


GeoGebra representa automáticamente la función con el nombre asignado y su definición aparece en la ventana algebraica, dentro de la categoría **Objetos libres**.

Funciones I

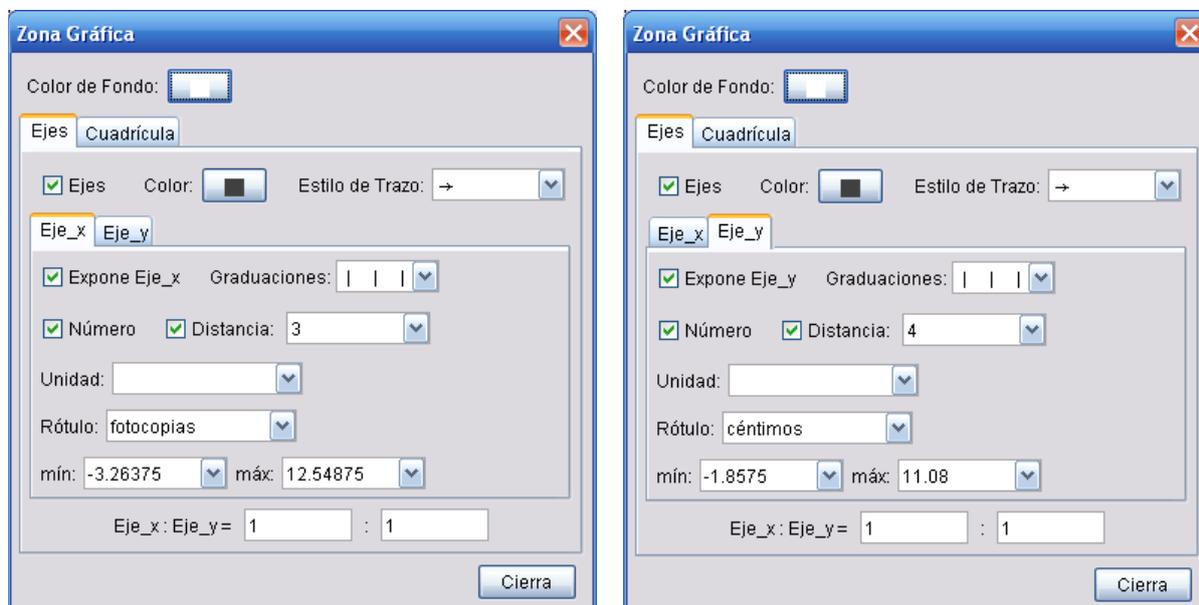


En la ventana **Propiedades** de la función **f**, pestaña **Estilo**, hemos aumentado el **Grosor de Trazo Lineal** para mejorar la visualización, y en la pestaña **Color** hemos elegido **rojo**.

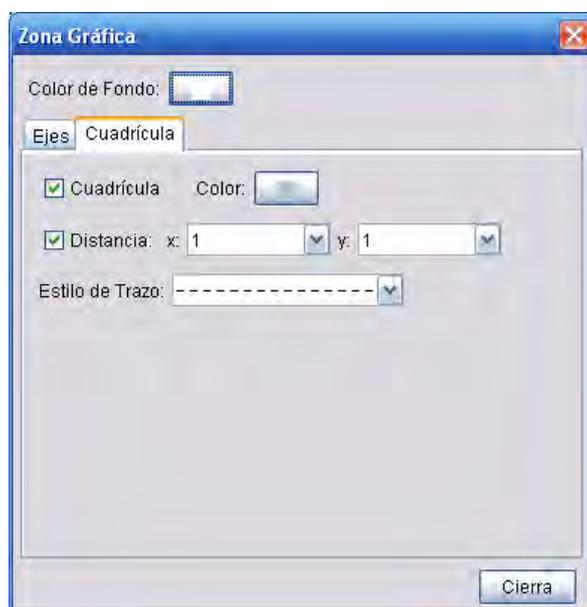


Funciones I

En la ventana **Zona Gráfica**, pestaña **Ejes**, subpestaña **Eje_x**, hemos activado la casilla Número y colocado un **3** en el campo Distancia. En la subpestaña **Eje_y**, se han realizado las mismas operaciones pero escribiendo **4** en el campo Distancia. En los dos casos se han introducido los textos para los ejes en el campo Rótulo.



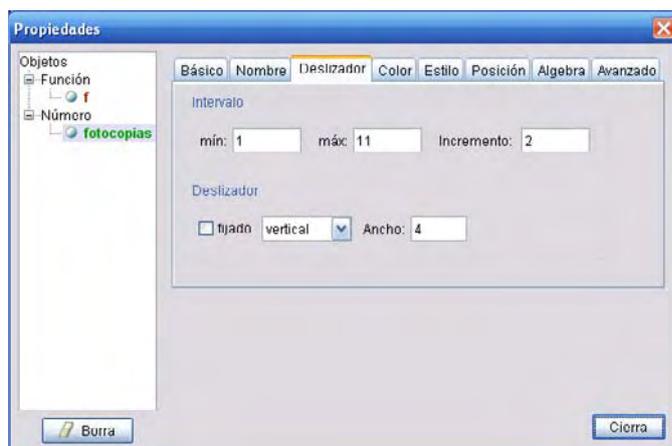
Por último, en la pestaña **Cuadrícula**, hemos activado la casilla Distancia con los valores $x = 1$, $y = 1$.



Añadimos un *deslizador* de tal forma que la posición del punto **P** quede determinada por el valor de este parámetro.

Funciones I

 Para definir un *Deslizador*, colocar el cursor sobre la zona gráfica y pulsar el botón correspondiente (botón 6 de la barra de herramientas, opción 6). Cambiamos el nombre a *fotocopias* (se puede utilizar también el comando *Renombra* para este cometido). Desde la ventana **Propiedades** del deslizador definido modificamos algunas de sus características seleccionando la pestaña correspondiente.



Intervalo

mín: valor mínimo del número asociado.

máx: valor máximo.

Incremento: número que se suma al valor actual del deslizador cuando se desplaza.

Deslizador

fijado: impide el desplazamiento del control por la ventana.

vertical/horizontal: orientación del control.

Ancho: grosor del control

Las propiedades relacionadas con el color y el estilo se modifican activando las pestañas correspondientes de la misma forma que hemos explicado para otros objetos.

Para que el punto **P** se desplace de acuerdo con el valor del pulsador y sobre la recta, lo definimos en la línea de entrada:

$$\mathbf{P} = (\text{fotocopias}, f(\text{fotocopias}))$$

Es decir, la abscisa la proporciona el valor colocado en el pulsador y la ordenada se calcula mediante la función definida.

También se puede definir un punto **P** en cualquier posición y, posteriormente modificar su definición.

Si en lugar de desplazar el punto con el pulsador queremos que este se mueva libremente sobre la recta no hay más que elegir la herramienta *Nuevo Punto* y desplazar el cursor cerca de la gráfica hasta que aparezca la etiqueta **Función f**. Si ahora examinamos la definición veremos **P = Punto [f]**. De esta forma el punto queda ligado a la recta y no es posible su desplazamiento fuera de esta.

Para **limitar el dominio de definición** de la función, como en el ejemplo descrito, tenemos que usar el comando **Función** (desde la línea de entrada)

$$\mathbf{Función}[f, a, b]$$

Funciones I

dónde **a** y **b** son los extremos del intervalo de definición de la función. A continuación debemos ocultar la función original **f** (expone objeto).

GeoGebra define una nueva función **g** igual a **f** en el intervalo de definición. Las propiedades de esta nueva función se pueden modificar de la forma habitual.

Para terminar, vemos que en el fichero GeoGebra los valores de abscisa y ordenada sobre los ejes respectivos aparecen en color rojo. Para conseguir este efecto, no hay más que definir dos puntos **A(x(P), 0)** y **B(0, f(x(P)))** y cambiar sus propiedades (color y estilo).

Las etiquetas que acompañan a estos dos puntos muestran los valores de abscisa y ordenada de **P** y se crean con el comando *Inserta texto* definiendo su posición en relación con las coordenadas del punto **P**.

Puntos	Texto de la etiqueta	Posición etiqueta
A(x(P), 0)	""+x(P)	(x(P) - 0.25, -1)
B(0, f(x(P)))	""+y(P)	(-1, y(P) - 0.25)



Sol.: El archivo [activ04_1.html](#) contiene el ejercicio anterior completamente construido (el fichero Geogebra asociado se denomina, como es habitual, [activ04_1.ggb](#)).



Gráfica-Tabla (2). Examinar el fichero GeoGebra de la actividad anterior (o el fichero solución [activ04_1Sol.ggb](#)) y modificarlo para que se ajuste a la situación que aparece en la figura siguiente.

La frutería **lima-limón** es propiedad de una persona aficionada a las matemáticas. Ha decidido sustituir los precios por tablas en las que se muestran los precios de los productos en base al número de kilogramos adquiridos. La gráfica siguiente corresponde al precio de las patatas.

Nota: El *deslizador* kg permite incrementar el nº de kg en 0,5.

Completa la tabla de acuerdo con la información de la gráfica

kg (patatas)	1	2	3	6	10
precio (€)			3	6	

¿Qué cantidad de patatas se pueden comprar con 3,15 €?

Si representamos por **y** el precio en *euros* y por **x** el *número* de kilogramos, ¿cuál de las fórmulas siguientes se ajustaría mejor a la tabla anterior?

$y = 0.75 + x$ $y = 0.75 x$ $y = \frac{x}{0.75}$

Creado con [GeoGebra](#)



Exportar el archivo modificado con el nombre [activ04_2.html](#).

 **Sol.:** El archivo [activ04_2Sol.html](#) contiene una solución (el fichero Geogebra asociado se denomina [activ04_2Sol.ggb](#)).

Gráfica-Tabla (3)

 **Abrir** el archivo [activ04_3.html](#) y examina el fichero GeoGebra asociado.

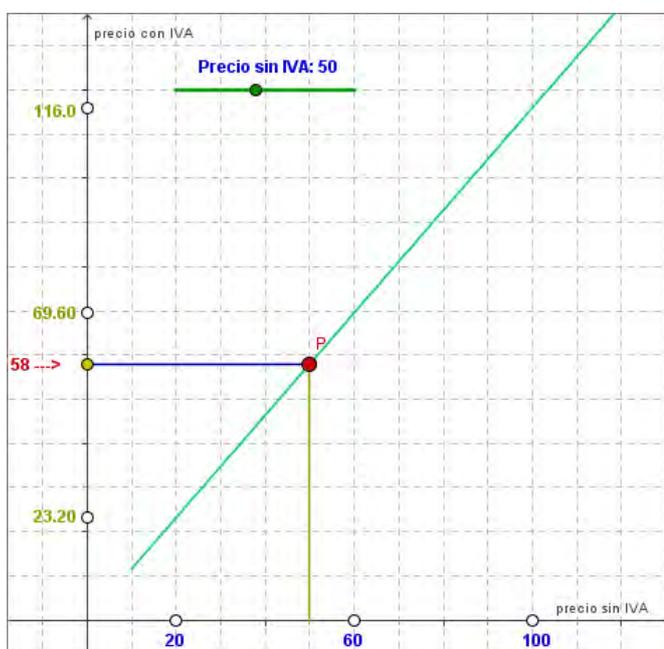
Pretendemos ilustrar con este ejemplo, la forma de definir un punto que se mueve sobre una recta al variar la ordenada. En este caso, hemos utilizado un *deslizador no visible* (no se muestran los valores, los incrementos o disminuciones se realizan desplazando el punto) al que hemos denominado *PrecioConIVA*.

La actividad da prioridad a las ordenadas, calculándose las abscisas correspondientes, en lugar de proceder de la forma habitual. Para no repetir los cálculos hemos definido la función $f(x) = x / 1,16$. El punto **P** vendrá dado por $(f(x), x)$, siendo x el número asociado al deslizador, es decir *PrecioConIVA*.

Gráfica-Tabla (4). Modifica el fichero GeoGebra para que cada incremento del deslizador se corresponda con un desplazamiento de 5 unidades en el eje de abscisas (ver figura). Cambia el nombre del deslizador por *PrecioSinIVA* y añade en la etiqueta el valor del deslizador.

Recuerda que la función a utilizar en este caso es la que hemos denominado $g(g(x) = 1.16 x)$.

 **Guardar** el archivo modificado con otro nombre y expórtalo con el nombre [activ04_4.html](#).



 **Sol.:** El archivo [activ04_4Sol.html](#) contiene una solución. El fichero Geogebra asociado se denomina [activ04_4Sol.ggb](#).

Tablas y gráficas



Abrir el archivo [activ04_5.html](#). Se trata de identificar la función que corresponde al enunciado.

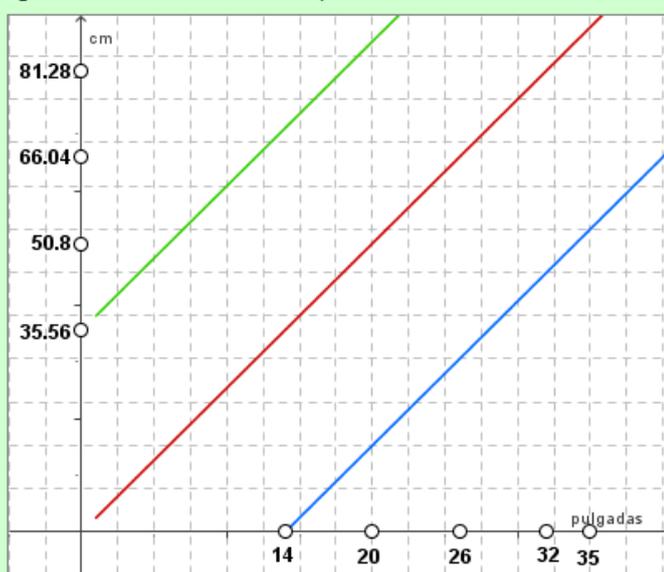
- 1 El tamaño de un televisor hace referencia a la medida de la diagonal de la zona de visualización y se acostumbra a expresar en pulgadas. Sabiendo que una pulgada equivale a 2,54 cm, completa la tabla:

Pulgadas	14			29	32
Centímetros		43,18	50,80		

- 2 ¿Qué cantidad se obtiene al dividir los centímetros entre las pulgadas en cada columna?
- 3 Si representamos por y la medida en *centímetros* y por x la medida en *pulgadas*, ¿cuál de las fórmulas siguientes se ajustaría mejor a la tabla anterior?:

$$y = 2,54 x \quad y = \frac{x}{2,54} \quad y = 2,54 + x$$

- 4 ¿Cuál de las gráficas siguientes sería la adecuada para la tabla de valores inicial?



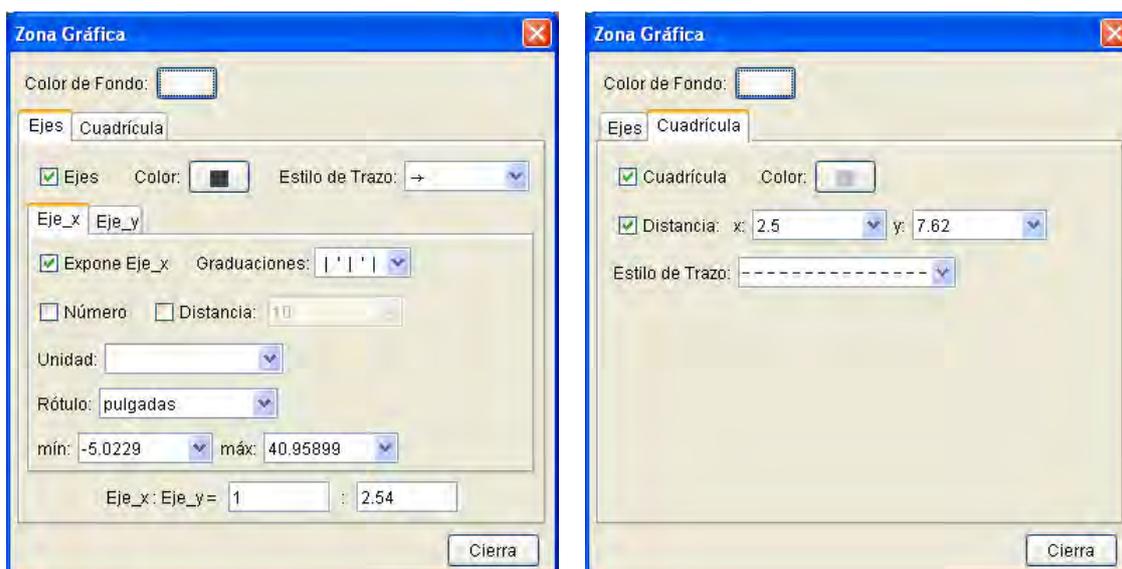
Creado con [GeoGebra](#)

La forma de limitar el dominio de las funciones, la representación de puntos sobre los ejes y la colocación de textos ya se han tratado anteriormente, así que no diremos nada al respecto.

Entre las opciones posibles para las escalas de los ejes, hemos optado por establecer una relación de **1 a 2,54** (ver campos Ejex: Eje= en la imagen siguiente), coincidente con la función a representar -en otro ejercicio explicaremos como realizar representaciones similares manteniendo la relación 1:1. Además se han suprimido los números de los ejes (aunque se podrían haber mantenido y no añadir los textos).

En cuanto a la cuadrícula se han establecido los valores siguientes para el campo Distancia **x: 2.5, y: 7.62**, que parecen los más adecuados para el problema a representar.

Funciones I



Hemos definido las funciones f , g , h (y las correspondientes que limitan el dominio f_1 , g_1 , h_1 , que son las que se muestran en la gráfica)

$$f(x) = 2.54x, g(x) = f(x) + f(14), h(x) = f(x) - f(14)$$

Como se puede observar en la ventana algebraica, estas nuevas funciones están en la categoría de *objetos dependientes* puesto que en su definición interviene otro objeto.

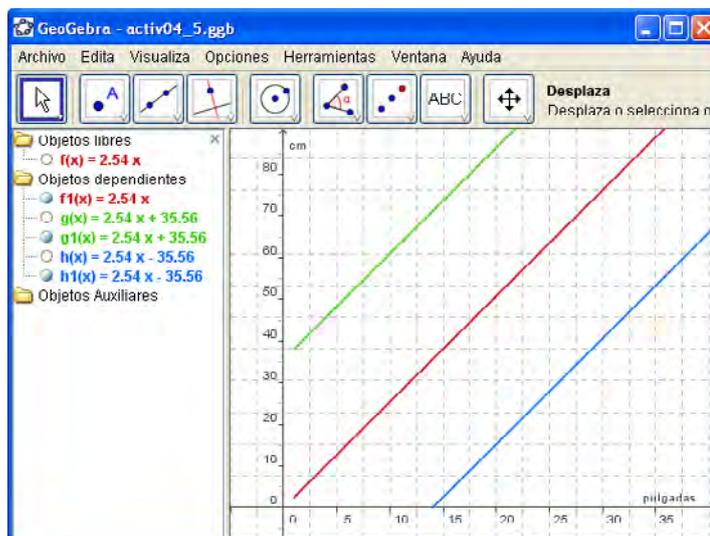
Puntos sobre los ejes

$$\begin{aligned} X_1 &= (14,0), X_2 = (20,0) \dots X_5=(35,0) \\ Y_1 &= (0, f(x(X_1))), \dots, Y_4 = (0, f(x(X_4))) \end{aligned}$$

Recordar que X_1 se convierte en X_1 en las ventanas GeoGebra. Por otro lado $x(X_1)$ representa la abscisa del punto X_1 , así que $f(x(X_1))$ será la ordenada en la función f .

Para los textos, proceder como en ejercicios anteriores: seleccionada la herramienta *Inserta texto*, colocar el cursor en las proximidades del punto y escribir el texto. Por ejemplo, para la etiqueta **35,56** del eje Y teclearíamos $""+y(Y_1)$, mientras que para la etiqueta **14** del eje X, deberíamos escribir $""+x(X_1)$. Tanto los puntos definidos como las etiquetas se han convertido en objetos fijos para evitar su desplazamiento.

Debemos hacer notar que la **funcionalidad del ejercicio se mantiene** sin necesidad de añadir los puntos y textos mencionados. Podríamos activar el campo **Número** en la ventana **Zona Gráfica** y utilizar los valores que aparecen por defecto.



Tablas e identificación de gráficas

En este ejercicio se utiliza un deslizador para mostrar un conjunto de gráficas con la finalidad de que el alumno o alumna sea capaz de identificar la que corresponde a la situación descrita.

 **Abrir** el archivo [activ04_6.html](#). El deslizador permite dibujar 4 rectas, las correspondientes a la familia $f(x) = 4 - sx$, donde s puede tomar los valores **1, 2, 3, 4**.

La expresión $d = 40 - 80t$ representa la distancia que separa a Juan, conductor de un camión, de Planilandia, la ciudad de destino. d se mide en *kilómetros* y t en horas. Desliza el punto verde hasta que encuentres la gráfica adecuada al enunciado.

Completa la tabla

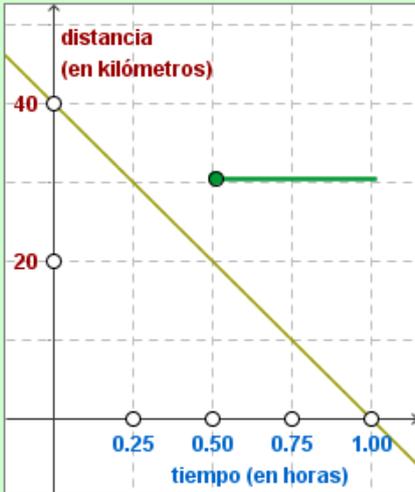
tiempo (en horas)	0,125	0,250		0.500
distancia (en kilómetros)			10	

Calcula:

- el tiempo transcurrido, en **minutos**, cuando le faltan **35 kilómetros** para llegar al destino.
- los **kilómetros** que le faltan por recorrer después de conducir durante **10 minutos**.

¿Qué representan las cantidades **40** y **-80** en la fórmula?

Creado con [GeoGebra](#)



Para esta actividad se han definido: un deslizador a (rótulo oculto, color verde, estilo 5, mín: 1, máx: 4, Incremento: 1) y una función $f(x) = 4 - ax$. Para las etiquetas de los ejes hemos usado el comando *Inserta texto* ajustando los valores a las condiciones del problema.

Diseñar una actividad para identificar una gráfica de la familia $y = 2 + bx$, donde b toma valores entre **-2** y **2** (incremento **0,5**). Usa un deslizador para ir cambiando la gráfica.

 **Guardar** el archivo con el nombre [activ04_7.ggb](#). Utiliza el comando exportar para generar un fichero **html** de nombre [activ04_7.html](#).

 **Sol.:** Es suficiente modificar las definiciones del deslizador y de la función para adaptarlos a la nueva situación. El archivo [activ04_7Sol.html](#) contiene una solución (el fichero GeoGebra asociado se denomina [activ04_7Sol.ggb](#)).

Algunos ejercicios sobre rectas

 Los archivos [activ04_8.html](#), [activ04_9.html](#) y [activ04_A.html](#) plantean ejercicios en los que se utilizan tablas, fórmulas, gráficas y descripción verbal de funciones. Se pueden realizar fácilmente con lo expuesto anteriormente.

Funciones I

El archivo [activ04_8.html](#) presenta una alteración de la función a representar, muy habitual cuando se usa la pizarra o el cuaderno para representar las funciones. La función a representar es $f(x) = 0,6x$, pero la realmente representada es $f(x) = 1,2x$. Esta situación nos sirve de ejemplo para insistir en la representación gráfica de funciones cuando las divisiones de los ejes no se adaptan a las necesidades de visualización.

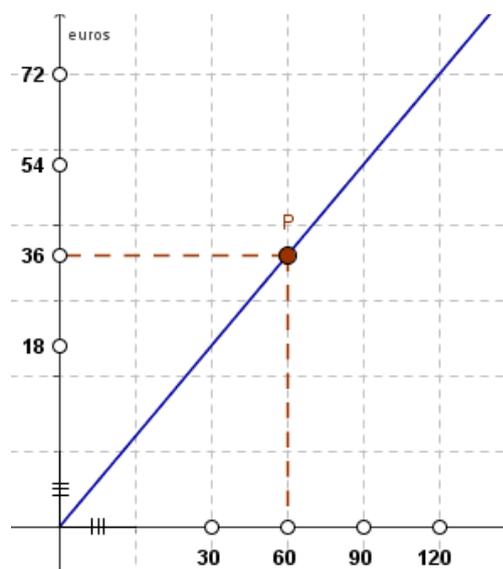
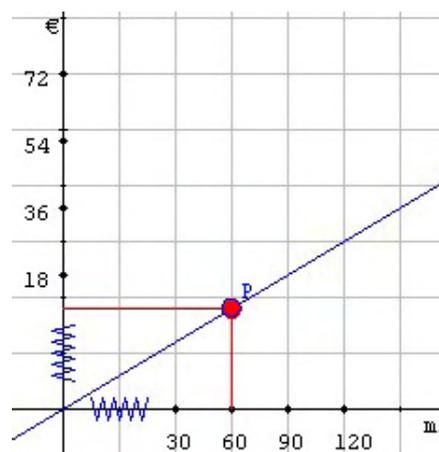
En general, las aplicaciones informáticas necesitan ajustes para que la representación coincida con los datos que se visualizan. Si hubiéramos usado la función original nos resultaría imposible hacer coincidir las divisiones utilizadas en los ejes y la gráfica de la función.

La imagen siguiente muestra el punto **P** sujeto a la restricción de moverse sobre la recta

$$f(x) = 0,6x,$$

se han trazado los segmentos correspondientes a las coordenadas para facilitar la visualización de la diferencia entre la realidad de la función y lo que hemos representado.

Como era de esperar, GeoGebra representa el punto **P(3;1,8)** correspondiente a $f(x) = 0,6x$.



Pero lo que en realidad queremos representar es el punto **P(3;3,6)** que pertenece a la gráfica de la función

$$g(x) = 1,2x$$

Siempre se puede definir la función original y utilizarla en la definición de la función adecuada a las medidas que queremos representar sobre los ejes. En el ejemplo,

$$g(x) = 2 * f(x)$$

Funciones II

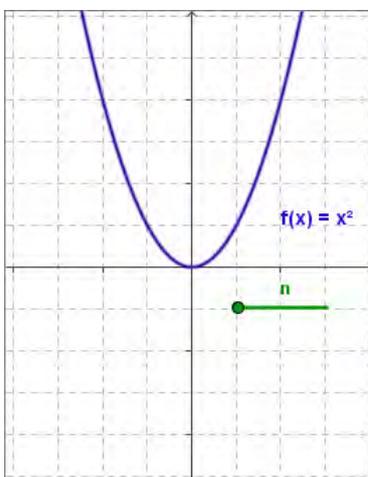
Las funciones polinómicas y sus gráficas

En estas actividades analizaremos las funciones polinómicas y las formas de sus gráficas. Las funcionalidades de GeoGebra para realizar estos ejercicios ya se han explicado anteriormente. Recordar que la forma habitual de introducir las funciones es a través de la línea de edición o campo de entrada.

 **Abrir** el archivo [activ05_1.html](#). Se trata de comparar las gráficas de las funciones del tipo $f(x) = x^n$, según que n sea *par* o *impar*.

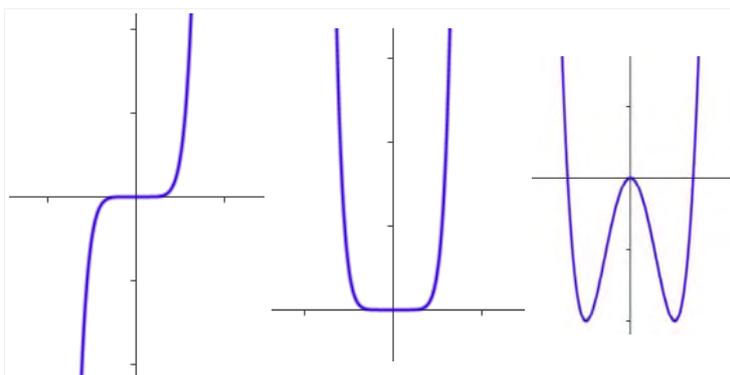
Compara las gráficas de las funciones $y = x^2$, $y = x^4$ e $y = x^6$ con las gráficas de $y = x^3$ e $y = x^5$ y escribe las semejanzas y/o diferencias entre las del primer grupo y las del segundo.

Nota: El deslizador n te permite visualizar las gráficas de las funciones anteriores.



A la vista de las gráficas anteriores, si n es un entero positivo, describe con el mayor detalle posible el aspecto de las gráficas de las funciones del tipo $f(x) = x^n$, según que n sea *par* o *impar*.

¿Cuál de las gráficas siguientes corresponden a funciones del tipo $f(x) = x^n$ con n *par*? ¿Y con n *impar*?



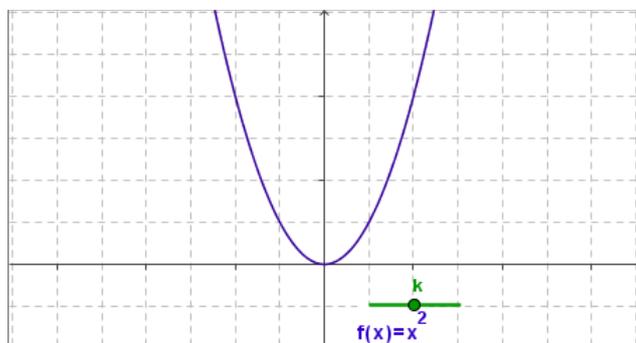
Se ha definido un deslizador n (que toma valores enteros entre 2 y 6) y se representa la función $f(x) = x^n$ con el texto correspondiente.

Funciones II

 **Abrir** el archivo [activ05_2.html](#). Se trata de extraer conclusiones sobre la influencia del signo de k en las gráficas de las funciones del tipo $f(x) = (x - k)^2$.

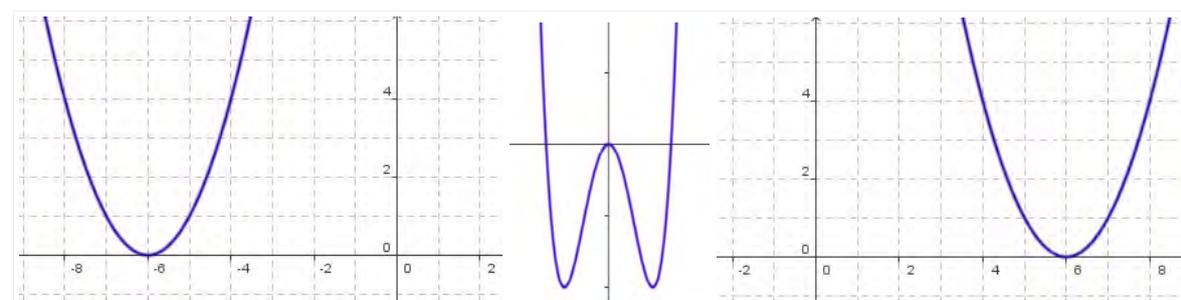
Describe con detalle las características de las gráficas de las funciones $y = (x - k)^2$, siendo k un número real distinto de cero.

Nota: El deslizador k te permite visualizar las gráficas de las funciones anteriores para valores de k entre -4 y 4 .



Describe detalladamente la influencia que tiene en la gráfica de las funciones $f(x) = (x - k)^2$ el **signo** de k

Identificar cuáles de las gráficas siguientes corresponden a funciones del tipo $f(x) = (x - k)^2$ con k **positivo** y con k **negativo**.



Se han definido: un deslizador k (que toma valores enteros entre -4 y 4), la función

$$f(x) = (x - k)^2$$

y el texto correspondiente.

Para evitar la visualización de $f(x) = (x-0)^2$ hemos incorporado dos textos. El primero, válidos para todos los valores de k **excepto el 0** - " $f(x) =$ " + f - y el segundo que solamente se visualiza cuando $k = 0$ - $f(x) = x^2$. Para conseguir este efecto no hay más que imponer las condiciones expuestas en la pestaña **Avanzado** de la ventana **Propiedades** del objeto correspondiente.

Básico Nombre Texto Color Posición Avanzado

Condición para mostrar el objeto

$k \neq 0$

Básico Nombre Texto Color Posición Avanzado

Condición para mostrar el objeto

$k = 0$

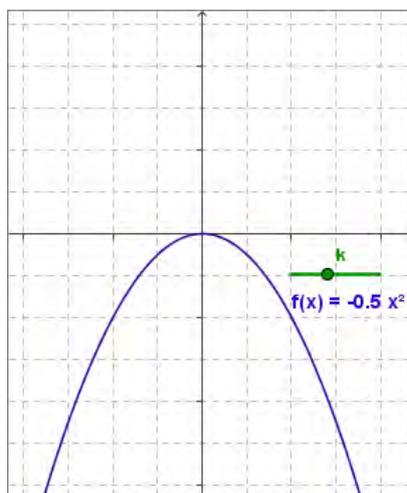
Funciones II



Abrir el archivo [activ05_3.html](#). Se trata de extraer conclusiones sobre la influencia del signo de k en las gráficas de las funciones del tipo $f(x) = kx^2$.

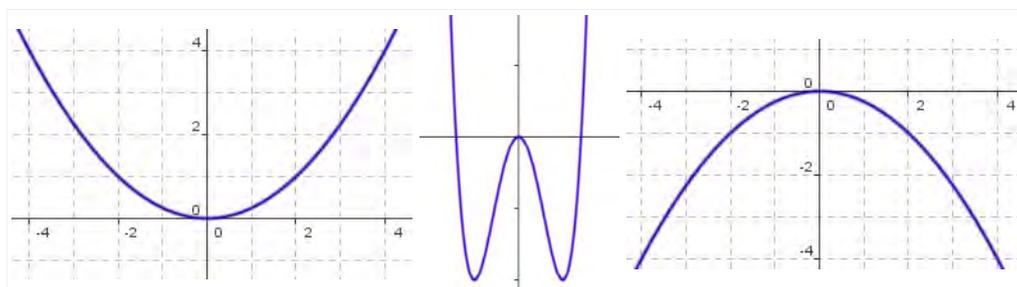
Describe con detalle las características de las gráficas de las funciones $y = kx^2$, siendo k un número real distinto de cero.

Nota: El deslizador k te permite visualizar las gráficas de las funciones anteriores para valores de k entre -3 y 3 .



Describe detalladamente la influencia que tiene en la gráfica de las funciones $f(x) = kx^2$ el **signo** de k

Identificar cuáles de las gráficas siguientes corresponden a funciones del tipo $f(x) = kx^2$ con k **positivo** y con k **negativo**.



Se han definido: un deslizador k (que toma valores entre -3 y 3 con incrementos de $0,5$), la función $f(x) = kx^2$ y el texto correspondiente. En este caso la excepción se aplica tanto al texto como a la función f .

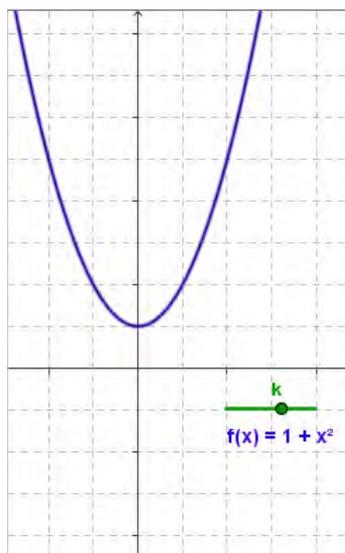
Funciones II

 **Abrir** el archivo [activ05_4.html](#). Se trata de extraer conclusiones sobre la influencia del signo de k en las gráficas de las funciones del tipo $f(x) = x^2 + k$.

Se han definido un deslizador k (que toma valores entre -4 y 4), la función $f(x) = x^2 + k$ y el texto correspondiente con restricciones similares a las de los ejercicios anteriores (ver imagen de la página siguiente).

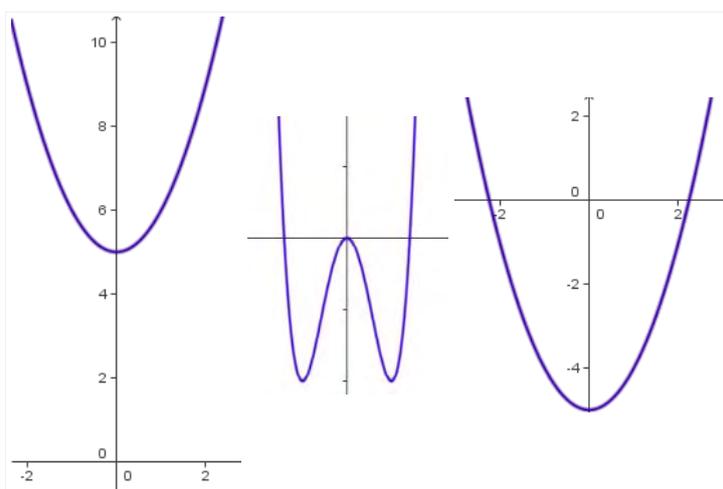
Describe con detalle las características de las gráficas de las funciones $y = x^2 + k$, siendo k un número real distinto de cero.

Nota: El deslizador k te permite visualizar las gráficas de las funciones anteriores para valores de k entre -4 y 4 .



Describe detalladamente la influencia que tiene en la gráfica de las funciones $f(x) = x^2 + k$ el **signo** de k

Identificar cuáles de las gráficas siguientes corresponden a funciones del tipo $f(x) = x^2 + k$ con k **positivo** y con k **negativo**.



Funciones II

 **Abrir** el archivo [activ05_5.html](#). Se trata, a la vista de los ejercicios anteriores, de extraer conclusiones sobre la influencia del signo de **a**, **b** y **c** en las gráficas de las funciones del tipo $f(x) = a(x - b)^2 + c$

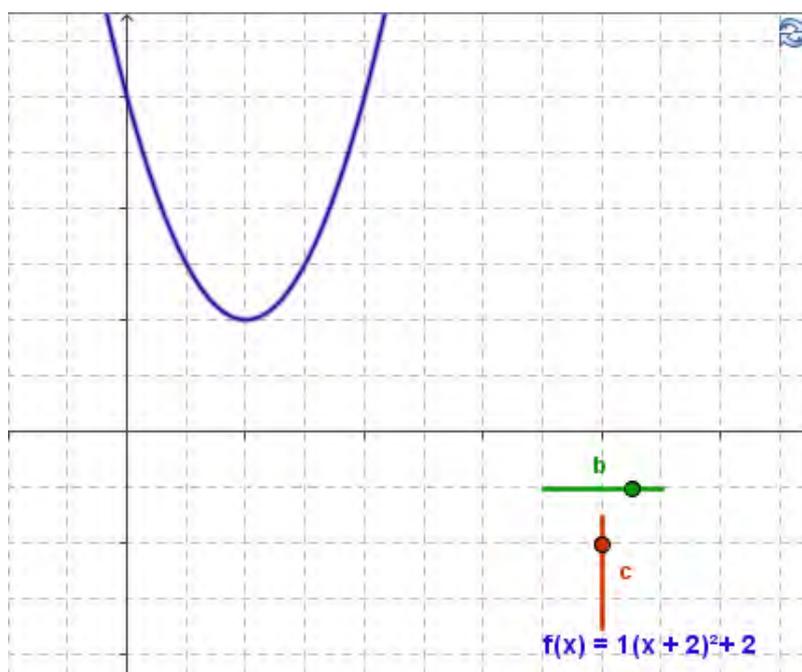
Se han definido: dos deslizadores **b** y **c** (que toman valores entre -4 y 4), la función

$$f(x) = a(x - b)^2 + c$$

y los textos correspondientes con restricciones similares a las de los ejercicios anteriores.

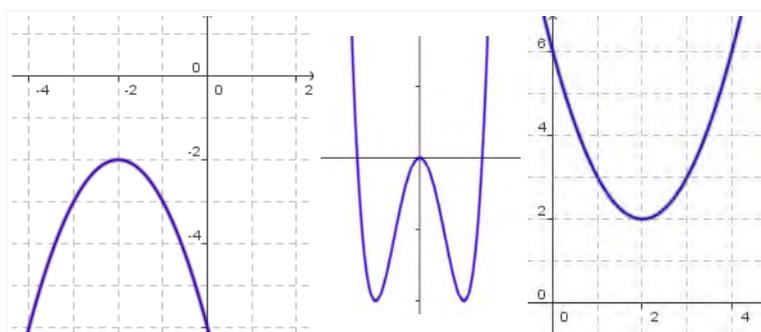
Describe con detalle las características que deberían tener las gráficas de las funciones del tipo $y = a(x - b)^2 + c$, siendo **a**, **b** y **c** números reales con **a** distinto de cero.

Nota: Los deslizadores **b** y **c** permiten visualizar las gráficas de las funciones anteriores para valores de **b** y **c** entre -4 y 4.



Describe detalladamente la influencia que tienen en la gráfica de las funciones $f(x) = a(x - b)^2 + c$ los **parámetros a, b y c**, haciendo referencia al signo.

Identificar cuál de las gráficas siguientes corresponde a la función $f(x) = (x - 2)^2 + 2$ y cuál a $f(x) = -(x + 2)^2 - 2$.



Hemos definido un número **n** utilizando la función GeoGebra **random** que genera un número aleatorio entre **0** y **1**: **n = random()**

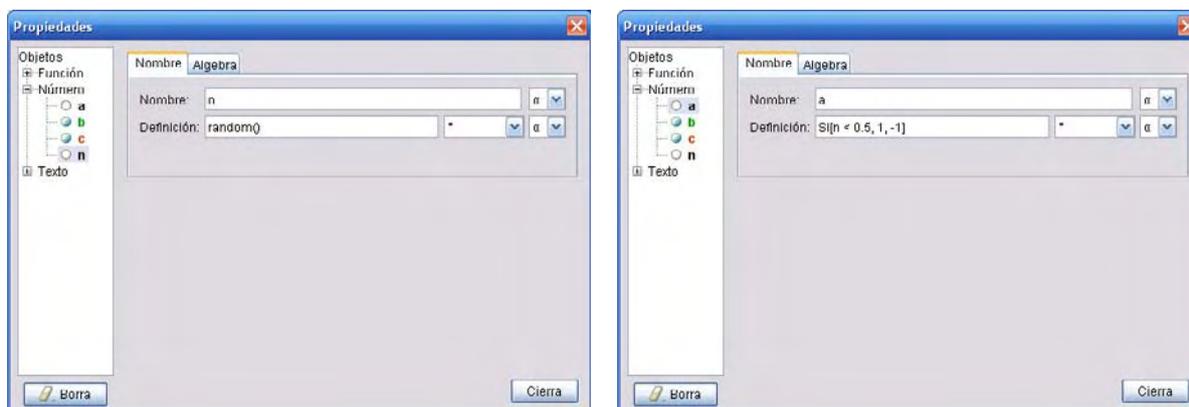
El coeficiente **a** solo puede tomar los valores **1** y **-1**. Para definirlo hemos utilizado el número auxiliar **n** generado anteriormente en conjunción con el condicional:

Funciones II

Si [$n < 0.5$, 1, -1]

La sintaxis del condicional es la siguiente: **Si [condición, acción_1, acción_2]**, donde **acción_1** se realiza cuando **condición** es **cierta** y **acción_2** cuando es **falsa**.

El símbolo *reinicia*  -marcar la casilla Exhíbe icono para reponer construcción, en la pestaña **Avanzado** de la ventana **Exporta: Planilla Dinámica (html)** - genera de nuevo el número **n** y, en consecuencia, el valor de **a**.



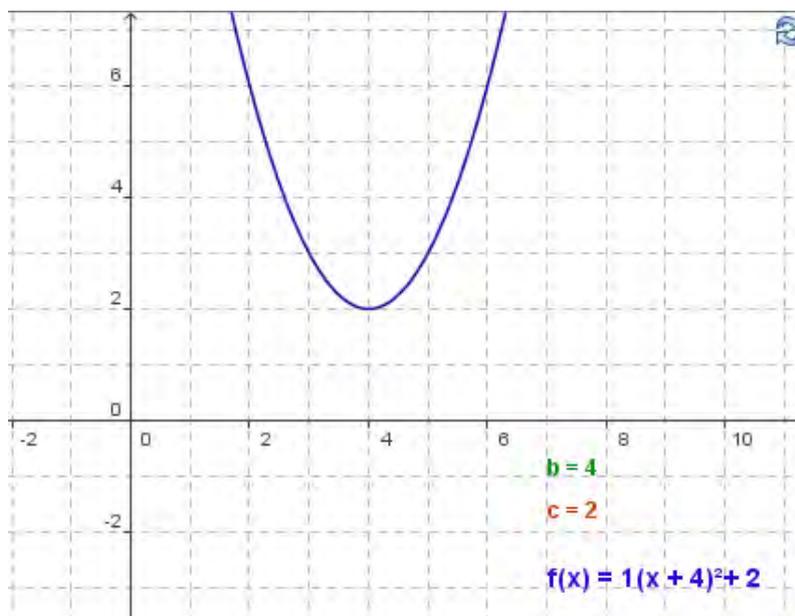
Otra forma de construir este ejercicio: Definir **b** y **c** como enteros aleatorios con valores entre **-4** y **4** y escribir sus valores. Para cambiar los valores de los coeficientes debemos utilizar entonces el símbolo *reinicia*.

Las definiciones de **b** y **c**, serían:

$$b = \text{ceil}(8 \text{ random}() - 4)$$

$$c = \text{ceil}(8 \text{ random}() - 4)$$

La función **ceil** se corresponde con la función *parte entera*: *mayor entero menor o igual que el argumento*.



El mismo procedimiento se podría haber utilizado en los ejercicios anteriores.

Como insertar la función azar en un applet GeoGebra

Aunque se puede hacer uso de la función **random**, GeoGebra convierte los objetos en los que interviene la función en objetos dependientes con lo que no es posible su desplazamiento con el ratón.

Como alternativa, veamos como insertar objetos aleatorios modificando el código de una página html que contiene un **applet** GeoGebra.

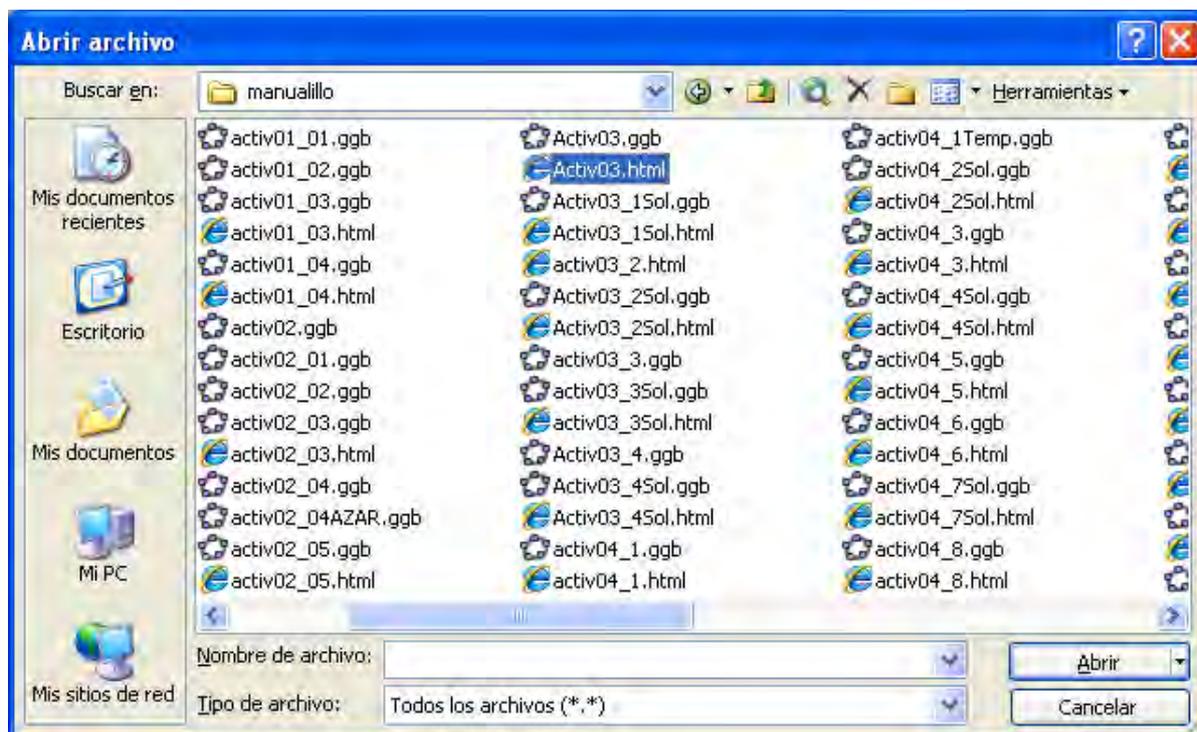
Usaremos de base el fichero **activ03.html**.



Podemos usar cualquier editor de texto, pero vamos a utilizar **FrontPage 2003**. En el menú **Archivo**, seleccionamos el comando **Abrir** o pulsamos directamente sobre el icono **Abrir**.

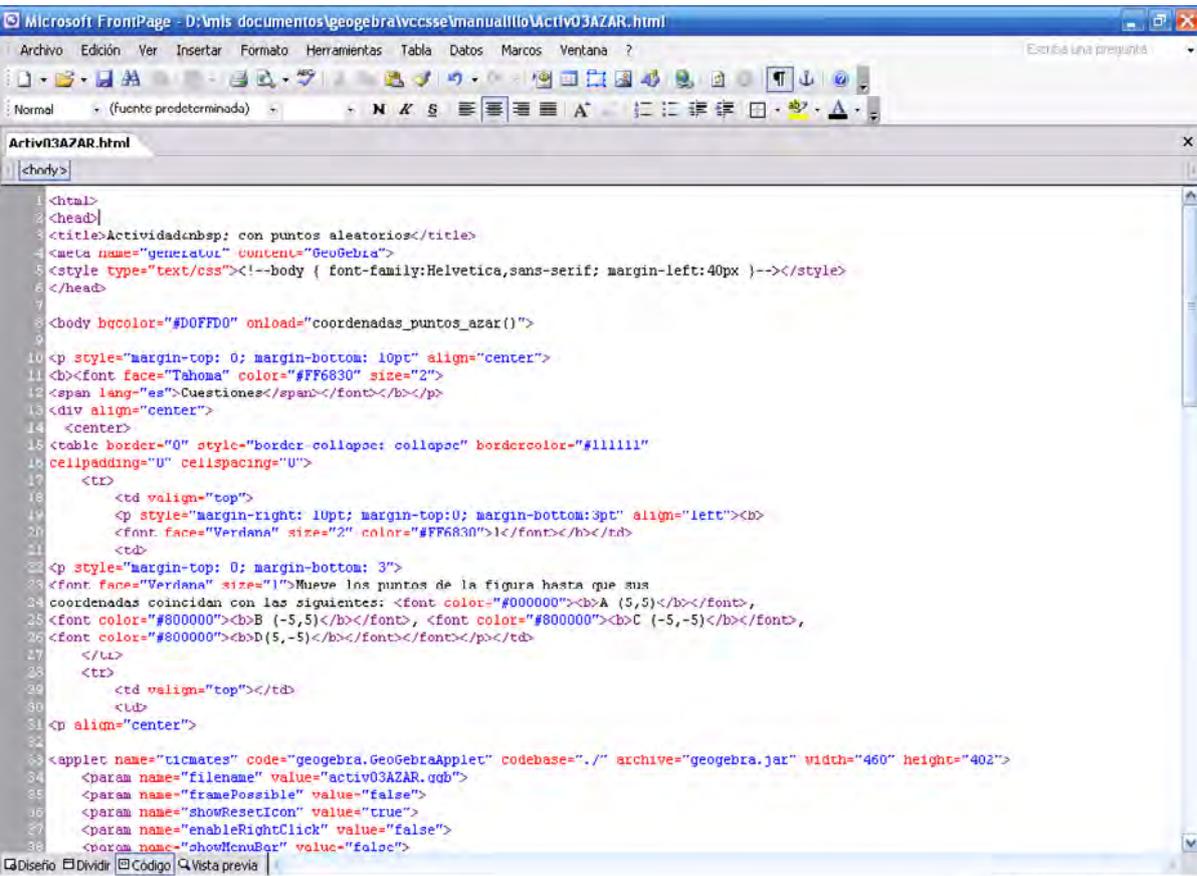


Aparece la ventana **Abrir archivo**, vamos a la carpeta en la que se encuentra el fichero y lo seleccionamos.



Cómo insertar la función azar en un applet GeoGebra

Pulsamos sobre la pestaña *Código* que aparece en la parte inferior de la ventana y observamos como es el código de la página web.



```
1 <html>
2 <head>
3 <title>Actividad con puntos aleatorios</title>
4 <meta name="generator" content="GeoGebra">
5 <style type="text/css"><!--body { font-family:Helvetica,sans-serif; margin-left:40px }--></style>
6 </head>
7 <body bgcolor="#D0FFD0" onload="coordenadas_puntos_azar()">
8
9
10 <p style="margin-top: 0; margin-bottom: 10pt" align="center">
11 <b><font face="Tahoma" color="#FF6830" size="2">
12 <span lang="es">Cuestiones</span></font></b></p>
13 <div align="center">
14 <center>
15 <table border="0" style="border-collapse: collapse" bordercolor="#111111"
16 cellpadding="0" cellspacing="0">
17 <tr>
18 <td valign="top">
19 <p style="margin-right: 10pt; margin-top:0; margin-bottom:3pt" align="left"><b>
20 <font face="Verdana" size="2" color="#FF6830">1</font></b></td>
21 <td>
22 <p style="margin-top: 0; margin-bottom: 3">
23 <font face="Verdana" size="1">Mueve los puntos de la figura hasta que sus
24 coordenadas coincidan con las siguientes: <font color="#000000"><b>A (5,5)</b></font>,
25 <font color="#800000"><b>B (-5,5)</b></font>, <font color="#800000"><b>C (-5,-5)</b></font>,
26 <font color="#800000"><b>D (5,-5)</b></font></font></p></td>
27 </tr>
28 <tr>
29 <td valign="top"></td>
30 <td>
31 <p align="center">
32
33 <applet name="ticmates" code="geogebra.GeoGebraApplet" codebase="." archive="geogebra.jar" width="460" height="402">
34 <param name="filename" value="activ03AZAR.ggb">
35 <param name="framePossible" value="false">
36 <param name="showResetIcon" value="true">
37 <param name="enableRightClick" value="false">
38 <param name="showMenuBar" value="false">
```

La parte del código correspondiente al **applet** de Geogebra es

```
<applet code="geogebra.GeoGebraApplet" codebase="." archive="geogebra.jar" width="460" height="402">
  <param name="filename" value="activ03AZAR.ggb">
  <param name="framePossible" value="false">
  <param name="showResetIcon" value="true">
  <param name="enableRightClick" value="false">
  <param name="showMenuBar" value="false">
  <param name="showToolBar" value="false">
  <param name="showToolBarHelp" value="false">
  <param name="showAlgebraInput" value="false">
</applet>
```

El método consta de 3 pasos:

Paso 1: Darle un nombre al **applet** para localizarlo

Situamos el cursor del ratón entre las palabras *applet* y *code*. Escribimos

name="ticmates"

como se observa en la figura siguiente.

Cómo insertar la función azar en un applet GeoGebra

```
<applet name="ticmates" code="geogebra.GeoGebraApplet" codebase="." archive="geogebra.jar" width="460" height="402">
  <param name="filename" value="activ03AZAR.ggb">
  <param name="framePossible" value="false">
  <param name="showResetIcon" value="true">
  <param name="enableRightClick" value="false">
  <param name="showMenuBar" value="false">
  <param name="showToolBar" value="false">
  <param name="showToolBarHelp" value="false">
  <param name="showAlgebraInput" value="false">
</applet>
```

Paso 2: Justo debajo del código del applet vamos a insertar el código **javascript** que nos permitirá calcular un entero al azar y pasárselo al applet para que sitúe los puntos **A**, **B**, **C** y **D** de acuerdo con unas coordenadas aleatorias, generadas cada vez que se cargue o se actualice la página web.

Copiamos el código siguiente:

```
<script type="text/javascript">
//función que devuelve un entero entre -6 y 6
function entero_azar(){
var el_entero = Math.floor(Math.random()*(13)-6);
return el_entero;
}
//Función que da nuevos valores al azar los puntos A, B, C y D
//y que será llamada por la etiqueta body al finalizar la carga de la página
function coordenadas_puntos_azar(){
var applet=document.ticmates;
applet.evalCommand("A = (" + entero_azar() + ", " + entero_azar() + ")");
applet.evalCommand("B = (" + -entero_azar() + ", " + entero_azar() + ")");
applet.evalCommand("C = (" + -entero_azar() + ", " + -entero_azar() + ")");
applet.evalCommand("D = (" + entero_azar() + ", " + -entero_azar() + ")");
}
</script>
```

Y lo pegamos debajo del código del **applet** tal y como se indica en la figura que sigue:

```
<applet name="ticmates" code="geogebra.GeoGebraApplet" codebase="." archive="geogebra.jar" width="460" height="402">
  <param name="filename" value="activ03AZAR.ggb">
  <param name="framePossible" value="false">
  <param name="showResetIcon" value="true">
  <param name="enableRightClick" value="false">
  <param name="showMenuBar" value="false">
  <param name="showToolBar" value="false">
  <param name="showToolBarHelp" value="false">
  <param name="showAlgebraInput" value="false">
</applet>
```

```
<script type="text/javascript">
//función que devuelve un entero entre 1 y 6
function entero_azar(){
var el_entero = Math.floor(Math.random()*(5)+1);
return el_entero;
}
//Función que da nuevos valores al azar los puntos A, B, C y D
//y que será llamada por la etiqueta body al finalizar la carga de la página
function coordenadas_puntos_azar(){
var applet=document.ticmates;
applet.evalCommand("A = (" + entero_azar() + ", " + entero_azar() + ")");
applet.evalCommand("B = (" + -entero_azar() + ", " + entero_azar() + ")");
applet.evalCommand("C = (" + -entero_azar() + ", " + -entero_azar() + ")");
applet.evalCommand("D = (" + entero_azar() + ", " + -entero_azar() + ")");
}
</script>
```

Paso 3: Para que la página web ejecute la función *coordenadas_puntos_azar()* del código añadido, tenemos que modificar el contenido de la etiqueta **body**

Cómo insertar la función azar en un applet GeoGebra

```
<body bgcolor="#D0FFD0">
```

Escribimos (después de las comillas) `onload="coordenadas_puntos_azar()"` tal y como se observa en la figura que sigue

```
<body bgcolor="#D0FFD0" onload="coordenadas_puntos_azar()">
```



Una vez realizados estos pasos, **guardar** el fichero con el nombre [activ03Azar.html](#).



Sol.: El archivo [activ03AzarSol.html](#) contiene una solución.

Para comprobar el resultado abrimos el fichero con el navegador y comprobamos que los puntos se sitúan al azar cada vez que abrimos o actualizamos la página web. De la forma que hemos definido la función *coordenadas_puntos_azar*, las coordenadas de los puntos **A**, **B**, **C** y **D** toman valores en los intervalos que muestra la tabla siguiente:

	A	B	C	D
x	[1, 5]	[-1, -5]	[-1, -5]	[1, 5]
y	[1, 5]	[1, 5]	[-1, -5]	[-1, -5]

Se pueden examinar algunos ejemplos más de uso de Javascript en la dirección

http://www.geogebra.org/source/program/applet/geogebra_applet_javascript.html

